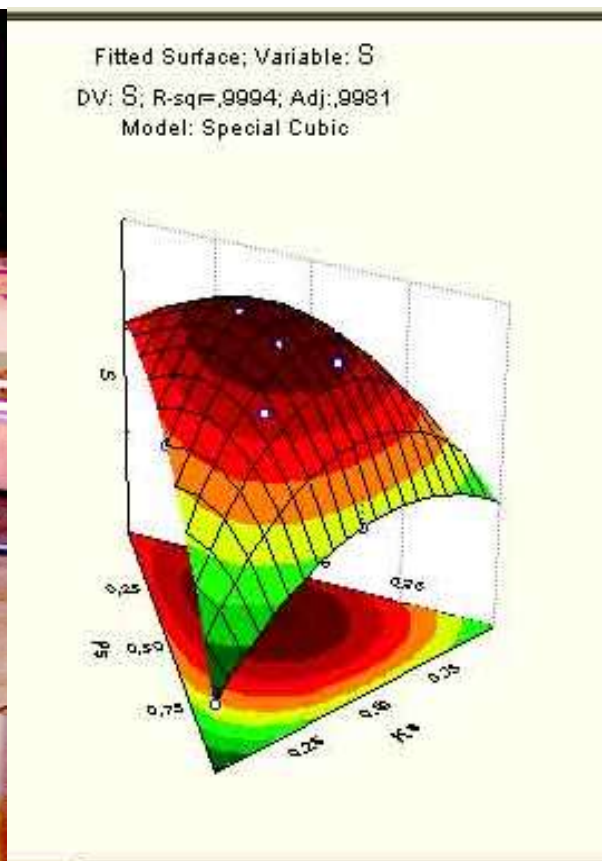




**П. А. Гавриш,
Л. В. Васильєва**

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ

Навчальний посібник



Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

П. А. Гавриш, Л. В. Васильєва

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ

Навчальний посібник

для студентів спеціальності
7.092301 «Технологія та устаткування зварювання»

Краматорськ 2007

УДК 621.791:519.876.5

ББК 30.4

Г 12

Рецензенти:

С. В. Гулаков, д-р техн. наук, проф. (Приазовський державний технічний університет);

Р. І. Рей, д-р техн. наук, проф. (Східноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля);

А. С. Гольцев, д-р фіз.-мат. наук, проф. (Донецький національний університет).

Рекомендовано

Міністерством освіти і науки України
(лист № 1.4/18-Г-1158 від 21.11.06)

Гавриш П.А., Васильєва Л.В.

Г12 Математичне моделювання систем і процесів для студентів спеціальності 7.092301 «Технологія та устаткування зварювання»: Навч. посіб. для студентів спеціальності 7.092301 «Технологія та устаткування зварювання». – Краматорськ: ДДМА, 2007. – 100 с.
ISBN 978-966-379-127-2.

Навчально-методичний посібник містить короткі теоретичні відомості про математичне моделювання, схеми формалізації імітаційних моделей. Наведені основні поняття і проблеми оптимізації моделей, методи оптимізації, методологія проведення пасивного і активного наукових експериментів. Представлені практичні приклади математичного моделювання в галузі зварювального виробництва. Розроблені завдання студентам для самостійної роботи.

УДК 621.791:519.876.5

ББК 30.4

© Гавриш П.А.,
Васильєва Л.В., 2007

© ДДМА, 2007

ISBN 978-966-379-127-2

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 КОРОТКІ ВІДОМОСТІ ПРО МОДЕЛЮВАННЯ	5
2 ЕТАПИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	10
3 МЕТОДИ РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ. ЕКСТРЕМАЛЬНЕ І ІНТЕРПОЛЯЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ	13
4 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ЗВАРЮВАЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА	20
4.1 Формування моделі на основі системного аналізу	21
4.2 Математичне формулювання мети проектування	22
4.3 Вибір методу розв'язання задачі синтезу і алгоритм розв'язання	24
5 ЕТАПИ ПЛАНУВАННЯ І СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛІ 2-ГО ПОРЯДКУ	27
5.1 Складання таблиці кодування факторів	27
5.2 Заповнення плану-матриці проведення експерименту (приклад)	31
5.3 Рандомізація дослідів і реалізація плану експерименту	31
5.4 Перевірка відтворюваності дослідів	35
5.5 Розрахунок коефіцієнтів регресії	36
5.6 Оцінка значущості коефіцієнтів регресії	36
5.7 Перевірка адекватності отриманої моделі	37
6 ПРАКТИЧНА РОБОТА №1	39
7 ПРАКТИЧНА РОБОТА №2	51
8 ПРАКТИЧНА РОБОТА №3	66
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	77
БІБЛІОГРАФІЧНІ ДЖЕРЕЛА	78
ДОДАТОК А. Короткі відомості про систему Statistica V6.0	79
ДОДАТОК Б. Варіанти завдань до практичної роботи №1	84
ДОДАТОК В. Варіанти завдань до практичної роботи №2	89
ДОДАТОК Г. Варіанти завдань до практичної роботи №3	95

ВСТУП

Процес дослідження здійснюється людиною і полягає в спостереженні за властивостями об'єктів і виконанні цілеспрямованих дій для виявлення і оцінки важливих із точки зору дослідника закономірних відносин між показниками даних властивостей.

Моделювання є одним з найбільш ефективних методів дослідження. Воно полягає в побудові й вивченні спеціальних об'єктів (моделей), властивості яких подібні до найбільш важливих, з погляду дослідника, властивостей досліджуваних об'єктів (оригіналів). У широкому сенсі моделювання є науковою дисципліною, в якій вивчаються методи побудови і використання моделей для пізнання реального світу.

Філософську концепцію моделювання складають теорія віддзеркалення і теорія пізнання, а формально-методичну основу моделювання складають теорія подібності, теорія експерименту, математична статистика, математична логіка і наукові дисципліни, що вивчають ті наочні області, які підлягають дослідженню методами моделювання.

Вивчення методологічних основ моделювання доцільно почати з розгляду філософських понять теорії віддзеркалення реальної дійсності в свідомості деякого суб'єкта. Це повинно забезпечити нам однозначне розуміння положень прикладних теорій, що викладаються далі.

Наведемо визначення найбільш істотних для моделювання філософських понять. **Наочна галузь** – це обмежена в думках галузь реальної дійсності або галузь ідеальних уявлень, що підлягає опису (моделюванню) і дослідженню. Наочна галузь складається з об'єктів, що розрізняються за якими-небудь ознаками (властивостям) і знаходяться в певних відносинах між собою, або що взаємодіють яким-небудь чином.

У нашому уявленні **об'єкт** – це все, що ми розрізняємо як щось ціле, що реально існує, або що виникає в нашій свідомості і має властивості, значення яких дозволяють нам однозначно розпізнавати це щось. Об'єкт, на якому зосереджується увага суб'єкта з метою дослідження, називається **об'єктом дослідження**.

Об'єкти сприймаються і розрізняються суб'єктами лише тому, що вони мають характерні властивості або здатності. «Властивість» і «здатність» також є дуже важливими поняттями в міркуваннях людини.

Властивістю називається характерна особливість об'єкта, яка може бути відмічена і оцінена суб'єктом, наприклад: вага, колір, довжина, щільність і тому подібне. Для оцінки досліджуваної властивості об'єкта суб'єкт встановлює певну міру, звану **показником властивості**. Для кожного показника визначається безліч значень (рівнів або градацій міри властивості), які привласнюються йому в результаті оцінювання властивості. Отже, властивість об'єкта є реальністю, а показник – суб'єктивною мірою цієї реальності, якщо, звичайно, йдеться про реальні об'єкти.

1 КОРОТКІ ВІДОМОСТІ ПРО МОДЕЛЮВАННЯ

З середини XX століття в різних галузях людської діяльності стали широко застосовувати математичні методи і електронно-обчислювальну техніку. Виникли такі нові дисципліни, як «математична економіка», «математична лінгвістика», «математична біологія» і т. п., які вивчають математичні моделі відповідних об'єктів і явищ, а також методи дослідження цих моделей.

Математична модель – це приблизний опис будь-якого класу явищ або об'єктів реального світу на мові математики. Основна мета моделювання – досліджувати ці об'єкти і передбачити результати майбутніх спостережень. Проте моделювання це ще і метод пізнання навколишнього світу, що дає можливість управляти ним.

Математичне моделювання і пов'язаний з ним комп'ютерний експеримент незамінні в тих випадках, коли натурний експеримент неможливий або утруднений з тих або інших причин. Наприклад, не можна поставити натурний експеримент в історії, щоб перевірити, «що було б, якби...» Неможливо перевірити правильність тієї або іншої космологічної теорії. В принципі, можливо, але навряд чи розумно поставити експеримент із розповсюдження якої-небудь хвороби, наприклад чуми, або здійснити ядерний вибух, щоб вивчити його наслідки. Проте все це цілком можна зробити на комп'ютері, побудувавши заздалегідь математичні моделі явищ, що вивчаються.

У моделі відображаються тільки ті чинники і параметри оригінального об'єкту, які мають істотне значення для вирішення досліджуваної проблеми. Крім того, вимірювання істотних факторів і параметрів практично завжди містять помилки, що викликаються неточністю вимірювальних приладів і незнанням деяких факторів. Через це математична модель є тільки наближеним описом властивостей об'єкту, що вивчається. А математичну модель можна визначити ще і як **абстракцію реальної суті**, що вивчається.

Єдиним способом перевірки ступеня відповідності моделі і модельованого об'єкта є науковий експеримент. Під експериментом розуміють цілеспрямовано організований дослід, що складається з відтворення і спостереження досліджуваного явища з необхідною точністю. Математичне моделювання також є експериментом, мета якого полягає в тому, щоб дослідним шляхом, або шляхом логічного висновку, знайти невідомі параметри $\theta_1, \dots, \theta_m$ математичної моделі процесу, що вивчається, або об'єкта і побудувати співвідношення $Y^* = F^*(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_r, \theta_1, \dots, \theta_m)$ у явному вигляді так, щоб в області варіювання факторів $x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_r$ функція Y^* найкращим чином наближалася б до функції Y .

Досягнення цієї мети засноване на використанні **принципу максимальної правдоподібності математичної моделі (функції F^*)** за експериментально отриманим даним про досліджуваний об'єкт.

Наука – це система знань об'єктивних законів природи, суспільства і мислення, що безперервно розвивається, знання, які отримуються, перетворюювані на безпосередню продуктивну силу суспільства в результаті спеціальної діяльності людей.

Науку можна розглядати в різних вимірюваннях:

- 1) як специфічну форму суспільної свідомості, основу якої складає система знань;
- 2) як процес пізнання закономірностей об'єктивного світу;
- 3) як певний вид суспільного розподілу праці;
- 4) як один з важливих чинників суспільного розвитку;
- 5) як процес отримання знань і їх використання.

Наукове дослідження є процесом пізнання певної наочної області, об'єкта або явища з певною метою. Суб'єкт, який здійснює процес дослідження, спостерігає за властивостями об'єктів, виявляє та оцінює важливі з погляду суб'єкта-дослідника закономірні відносини між показниками властивостей об'єкту.

Математичне моделювання досить ефективний метод дослідження будь-яких об'єктів. За допомогою математичних законів створюються спеціальні умовні об'єкти (моделі), причому їх властивості подібні до властивостей досліджуваних процесів чи об'єктів (так званих оригіналів). Треба відзначити, що математичне моделювання є важливою науковою дисципліною, до того ж будь-яка наукова дисципліна, як правило, ґрунтується на початкових поняттях і визначеннях, що дозволяють однозначно розуміти мову, вживану для викладу цієї дисципліни. Моделювання, як наукова дисципліна, також містить ряд спеціальних понять, які є методологічною основою цієї науки (концептуальна частина науки).

Дуже часто, приступаючи до розв'язання науково-технічних задач, інженер не має вичерпних відомостей про механізм досліджуваного процесу, про його властивості. Він може тільки назвати параметри, що визначають умови протікання процесу, і вимоги до його результатів. У цих умовах доцільним є використання так званого кібернетичного підходу до вирішення цієї проблеми, в основі якого лежить запропонована Н. Вінером ідея «чорного ящика». «Чорний ящик» — це об'єкт дослідження (рис. 1).

Стрілками, що входять в об'єкт, показані вхідні параметри, які можуть бути керованими (x) і некерованими (z). Робота об'єкта може характеризуватися декількома вихідними параметрами, які на схемі позначені стрілками, що виходять з прямокутника.

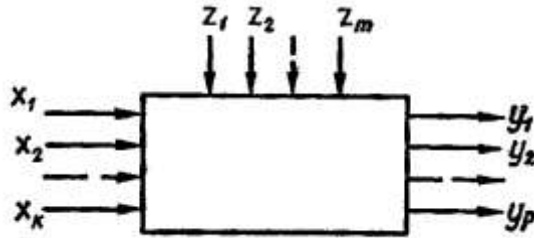


Рисунок 1 – «Чорний ящик» Віннера [1]

Необхідно навчитися керувати об'єктом, інформація про елементарні операції усередині якого надзвичайно мала, що по суті аналогічно до розв'язання поставлених задач. Зазвичай вхідні величини називають **факторами**, а залежність вихідної величини від вхідної – **відгуком**.

Об'єкт моделювання (предмет) – це обмежена галузь реальної дійсності або галузь ідеальних уявлень, що підлягає опису (моделюванню) і дослідженню. Предметна галузь складається з об'єктів, що розрізняються за якими-небудь ознаками (властивостям) і знаходяться в певних відносинах між собою, або що взаємодіють яким-небудь чином. **Об'єктом** для дослідника може бути, наприклад: і технологія мікрозварювання, і склад порошкового дроту, і визначення оптимальної довжини зварювальної дуги, тобто кожен галузь дослідження можна уявити як щось ціле, причому ця досліджувана галузь реально існує, і має свої особливості та властивості. Вивчення цих особливостей та властивостей дозволяє досліднику однозначно ідентифікувати об'єкт дослідження.

Наприклад, при дослідженні зварювальних властивостей електродів для ручного дугового зварювання об'єкт дослідження – хімічні властивості стрижня електроду, склад і кількісні співвідношення компонентів обмазки електроду. Якщо об'єктом дослідження є система, то це може бути, наприклад, система зв'язків і взаємодій зварювальної ванни на властивості металу зварного шва і біляшовної зони залежно від режиму зварювання (струм, напруга і т.п.).

1 Об'єкт дослідження повинен задовольняти вимозі відтворюваності. При багаторазовому повторенні експерименту його результат має розкид значень, який характеризує відтворюваність результату. Об'єкт дослідження задовольняє вимозі відтворюваності, якщо її багаторазове повторення дає результати з розкидом значень, що не перевищує деякої заданої величини.

2 Об'єкт повинен бути керованим, але практично немає абсолютно керованих об'єктів. На реальний об'єкт діють як керовані, так і некеровані чинники. Останні впливають на відтворюваність результатів експерименту і можуть служити причиною її порушення. Якщо вимога відтворюваності задовольняється, виявляють можливість проведення активного експерименту, що передбачає активне втручання в досліджуваний процес і вибір для кожного експерименту керованих чинників на тих рівнях, які представляють інтерес для дослідження.

Об'єкт, на якому можливий активний експеримент, називають керованим.

Параметр оптимізації. При плануванні експерименту важливо правильно обрати параметр оптимізації. Рух до оптимуму можливий, якщо обраний один параметр оптимізації, а інші виступають як обмеження. Можлива побудова узагальненого параметра як функції від безлічі початкових параметрів. Параметр оптимізації повинен бути кількісним, доступним для вимірювання і повинен виражатися одним числом. Якщо вимірювання параметра неможливе, то користуються ранговою оцінкою.

Ранг – це оцінка параметра оптимізації за наперед обраною шкалою: двохбальною, п'ятибальною, десятибальною і т.п. Ранговий параметр має обмежену дискретну область визначення. У простому випадку область містить два значення: так – ні; добре – погано; брак – придатні деталі і т.п. За інших рівних умов перевагу необхідно віддавати кількісному вимірюванню, оскільки рангова оцінка носить суб'єктивний характер.

Параметр оптимізації повинен бути однозначним у статистичному сенсі, тобто заданому поєднанню рівнів чинників повинне відповідати одне (з точністю до помилки експерименту) значення параметра оптимізації; ефективним в статистичному сенсі, тобто визначатися з найбільшою точністю, що дозволяє скоротити до мінімуму число паралельних експериментів; існувати для всіх станів досліджуваного об'єкта; мати фізичний сенс.

Фактори. Фактором називають незалежну змінну величину, що впливає на параметр оптимізації. Кожен фактор має область визначення – сукупність усіх значень, яких може набувати фактор.

При дослідженні процесу необхідно враховувати всі істотні фактори. Якщо з яких-небудь причин вплив деяких факторів неможливо врахувати в експерименті, то ці фактори повинні бути стабілізовані на певних рівнях протягом усього експерименту. *Рівнями* називають значення факторів в експерименті. Якщо число факторів велике, то необхідно відсіяти ті фактори, які несуттєво впливають на параметр оптимізації. Відсівання неістотних факторів проводять на основі апріорного ранжирування або за допомогою постановки відсіваючих експериментів.

Проте в моделі відображаються тільки ті фактори і параметри оригінального об'єкта, які мають істотне значення для вирішення досліджуваної проблеми. Крім того, вимірювання істотних факторів і параметрів практично завжди містять помилки, що викликаються неточністю вимірювальних приладів і незнанням деяких факторів. Через це математична модель є тільки приблизним описом властивостей об'єкта, що вивчається, і головним питанням математичного моделювання є питання про те, як точно складена математична модель відображає відносини між факторами, що враховуються, параметрами і показником оцінюваної властивості реального об'єкта.

ТЕСТИ

1 *Математичною моделлю називають:*

- а) наближений опис технологічного процесу;
- б) математичну залежність між параметрами зварювального технологічного процесу;
- в) математичний розрахунок взаємодій об'єктів реального світу;
- г) наближений опис якого-небудь класу явищ або об'єктів реального світу на мові математики.

2 *Моделювання, як ефективний метод дослідження, – це:*

- а) побудова і вивчення спеціальних об'єктів (моделей), властивості яких подібні до найбільш важливих, з погляду дослідника, властивостей досліджуваних об'єктів (оригіналів);
- б) побудова математичних залежностей об'єктів від навколишнього світу;
- в) графічне уявлення взаємодій об'єктів, що вивчаються, з навколишнім світом.

3 *«Чорним ящиком» називають:*

- а) кібернетичний підхід до вивчення властивостей об'єкта;
- б) об'єкт дослідження, коли відомі вхідні і вихідні параметри, але не відомі залежності між ними;
- в) керовані і некеровані параметри об'єкта, що вивчається.

4 *Поняття «фактор» і «відгук» позначають:*

- а) відомі математичні величини, що характеризують об'єкт;
- б) вхідні величини називають *факторами*, а залежність вихідної величини від вхідної – *відгуком*;
- в) залежність вихідної величини від вхідної називають *фактором*, а її графічне зображення – *відгуком*.

5 *Об'єкт моделювання – це:*

- а) обмежена галузь реальної дійсності або галузь ідеальних уявлень, що підлягає опису (моделюванню) і дослідженню;
- б) реальність, що існує або що виникає в нашій свідомості і має властивості, значення яких дозволяють нам рівнозначно розпізнавати цю реальність;
- в) це щось, що існує реально, значення і властивості чого можуть бути сформульовані математичним чином.

2 ЕТАПИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Звичайне математичне моделювання проводять у декілька етапів[2].

1 Побудова моделі. На цьому етапі задається деякий «нематематичний» об'єкт, явище природи, конструкція, економічний план, склад порошкового дроту, режим зварювання і т. ін. При цьому, як правило, чіткий опис ситуації утруднений. Спочатку виявляються основні особливості явища і зв'язок між ними на якісному рівні. Потім знайдені якісні залежності формулюються на мові математики, тобто будується математична модель. Це найважча стадія моделювання.

2 Розв'язання математичної задачі, до якої приводить модель. На цьому етапі велика увага приділяється розробці алгоритмів і чисельних методів розв'язання задачі за допомогою комп'ютерної техніки, і результат може бути знайдений з необхідною точністю і за допустимий термін.

3 Інтерпретація отриманих наслідків з математичної моделі. Наслідки, виведені з моделі на мові математики, інтерпретуються на мові, прийнятій в даній галузі. Розв'язок зазвичай отримують в кодованих показниках, тому обов'язковий переклад з кодованих показників в натуральні (струм, напруга, довжина дуги і т.і).

4 Перевірка адекватності моделі. На цьому етапі з'ясовується, чи узгоджуються результати експерименту з теоретичними наслідками моделі в межах певної точності.

5 Модифікація моделі. На цьому етапі відбувається або ускладнення моделі, щоб вона була адекватнішою до дійсності, або її спрощення з метою досягнення практично прийняттого рішення.

Математичні моделі класифікують за різними ознаками, наприклад за характером вирішуваних проблем моделі можуть бути розділені на функціональні і структурні. У першому випадку всі величини, які характеризують явище або об'єкт, формулюються кількісно. При цьому деякі з них розглядаються як незалежна змінна, а інші – як функції від цих величин. Математична модель зазвичай є системою рівнянь різного типу (диференціальних, алгебраїчних і т.п.), що встановлюють кількісні залежності між даними величинами. В іншому випадку модель характеризує структуру складного об'єкта, що складається з окремих частин, між якими існують певні зв'язки. Як правило, ці зв'язки не піддаються кількісному вимірюванню. Для побудови таких моделей зручно використовувати теорію графів. *Граф* – це математичний об'єкт, що є деякою безліччю крапок (верхівок) на площині або в просторі, деякі з яких поєднані лініями (ребрами). За характером початкових даних і результатів прогнозу моделі можуть бути розділені на детерміністичні і ймовірносно-статистичні. Моделі першого типу дають певні однозначні прогнози. Моделі другого типу засновані на статистичній інформації, а прогнози, отримані з їх допомогою, мають імовірний характер.

Методи традиційного розв'язання задач із моделювання систем зводяться до двох типів [3].

Перше завдання ставиться таким чином.

Є система S (рис. 2) з фіксованим вихідним вектором $X(t)$, керованим вхідним вектором $U(t)$, вихідним вектором $Z(t)$, зв'язаним з $X(t)$ і $U(t)$ деяким оператором. Тут (t) час.

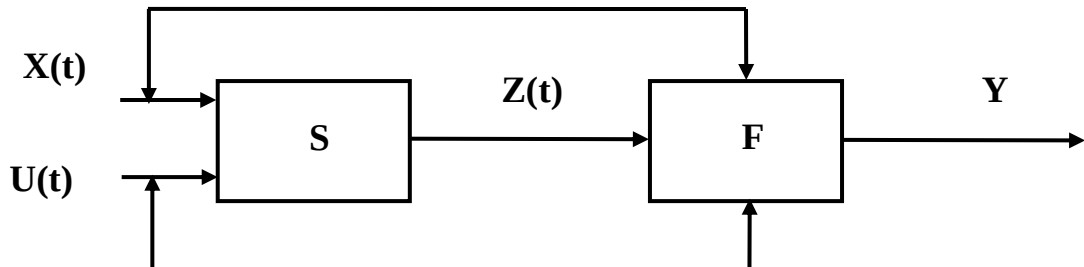


Рисунок 2 – Структура моделі динамічної оптимізації

Визначений деякий цільовий функціонал (1):

$$Y = F(X(t), U(t), Z(t)). \quad (1)$$

Потрібно знайти таку функцію, яка забезпечує екстремум Y . Завдання такого роду вирішуються в курсі теорії математичного керування.

Друге завдання ставиться таким чином.

Є досить обширний клас завдань дослідження і проектування систем, де вхідні і вихідні векторні змінні не залежать від часу. У такому разі зазвичай говорять, що розглядається статична модель системи (рис. 3), яка виглядає так:

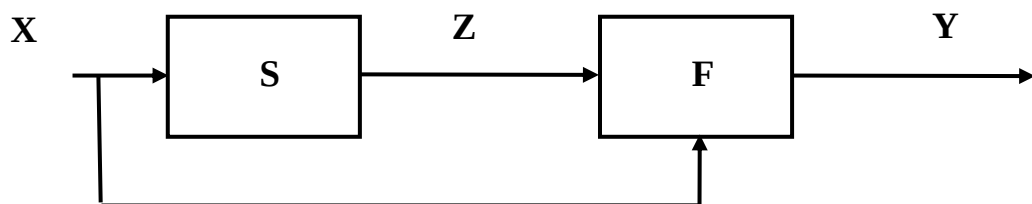


Рисунок 3 – Структура моделі статичної оптимізації

У межах статичної моделі визначається цільова функція (2).

$$Y = F(X, Z). \quad (2)$$

При цьому вважають, що всі вхідні змінні системи X можуть обиратися з деякої заданої області, а всі незмінні параметри включені в оператор S . Змінна Z у цьому випадку може розглядатися як функція $Z(X)$ і тоді Y є функцією X .

Завданням статичного моделювання, а також статичної оптимізації є вибір значень, що X надають екстремум функції (3):

$$Y = F(X). \quad (3)$$

У тому разі, якщо область, з якої обираються значення X , складає весь простір (вибір необмежений), відповідне завдання називають завданням безумовної оптимізації. А у тому випадку, коли область вибору значень може бути обмежена за допомогою системи нерівностей $G(X) \geq 0$. У цьому випадку говорять, що є завдання умовної оптимізації, розуміючи під умовами відповідні обмеження вибору.

ТЕСТИ

1 Етапи математичного моделювання:

- а) побудова моделі, перевірка адекватності моделі, модифікація моделі;
- б) математичний розрахунок результатів досліджень, графічне уявлення отриманого результату, модифікація моделі;
- в) побудова моделі, розв'язання математичної задачі, до якої приводить модель, інтерпретація отриманих наслідків з математичної моделі, перевірка адекватності моделі, модифікація моделі.

2 Відмінність між функціональними і структурними моделями:

- а) функціональні моделі, коли величини, які характеризують явище або об'єкт, представлені кількісно; структурні – коли модель характеризує структуру складного об'єкту, що складається з окремих частин, між якими існують зв'язки, що не піддаються кількісному вимірюванню;
- б) функціональні моделі – математичний опис не тільки об'єктів, але і структурних зв'язків усередині об'єктів;
- в) функціональні моделі – не піддаються кількісному вимірюванню, їх можна описати за допомогою теорії графів.

3 Структура моделі статичної оптимізації.

- а) вхідні і вихідні векторні змінні не залежать від часу;
- б) вхідні і вихідні векторні змінні, пов'язані математичними залежностями;
- в) вхідні й вихідні векторні змінні, пов'язані функціональними залежностями.

3 МЕТОДИ РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ. ЕКСТРЕМАЛЬНЕ І ІНТЕРПОЛЯЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ

Математична модель є не самоціллю, а тільки засобом для вирішення певної проблеми. У зв'язку з цим необхідність створення математичної моделі витікає з обраної дослідником методології вирішення проблеми. Для вирішення складних проблем зазвичай застосовують так званий *системний підхід, в якому моделювання є основним методом дослідження* [4]. У цілому системний підхід припускає такі етапи вирішення проблеми:

- ❖ вивчення предметної галузі (обстеження);
- ❖ виявлення і формулювання проблеми;
- ❖ математична (формальна) постановка проблеми;
- ❖ натурне або математичне моделювання досліджуваних об'єктів і процесів;
- ❖ статистична обробка результатів моделювання;
- ❖ формулювання альтернативних рішень;
- ❖ оцінка альтернативних рішень;
- ❖ формулювання висновків і пропозицій за рішенням проблеми.

У загальному випадку процес дослідження можна представити у вигляді такої формальної системи (4):

$$\begin{aligned} Y_{(t)} &= f[X_{(t)}, \Theta_{(t)}] && \text{– функція виходів,} \\ \Theta_{(t)} &= g[X_{(t)}, \Theta_{(t-1)}] && \text{– функція переходів,} \\ X_{(t)} &= u[Y_{(t-1)}] && \text{– функція керування процесом,} \end{aligned} \quad (4)$$

де $X_{(t)}$ – безліч значень вхідних чинників у момент часу t ;

$\Theta_{(t)}$ – безліч значень параметрів, що характеризують різні внутрішні стани складної системи в цей же момент часу;

$Y_{(t)}$ і $Y_{(t-1)}$ – безліч значень вимірюваних показників властивостей системи, що вивчаються, в позначені моменти часу.

Перші два рівняння моделюють суть процесу, що вивчається, а третє рівняння є математичним описом (моделлю) процесу дій дослідника на систему, що вивчається.

Дослідникові, як правило, доступна тільки певна підмножина $Y'(t)$ параметрів, за якими ведеться спостереження, і вельми обмежена підмножина $X'(t)$ керованих чинників. Його уявлення про внутрішні стани досліджуваної системи також обмежене деякою підмножиною $\Theta_{(t)}$. Тому в представленні дослідника математична модель досліджуваної ним системи має вигляд (5):

$$\begin{aligned} f[X_{(t)}, \Theta_{(t)}] &= Y_{(t)}, \\ g[X_{(t)}, \Theta_{(t)}] &= \Theta_{(t+1)}. \end{aligned} \quad (5)$$

У цілому формалізована схема процесу дослідження складної системи може бути представлена, як показано на рисунку 4.

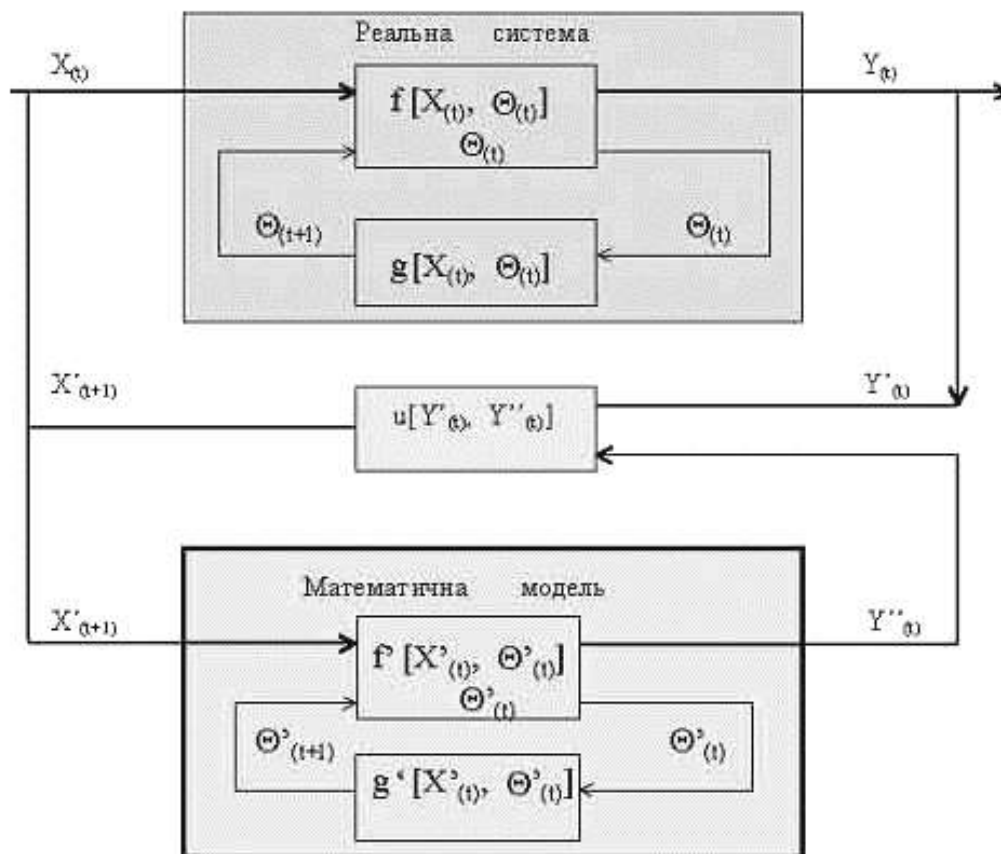


Рисунок 4 – Формалізована схема процесу дослідження складної системи

Таким чином, необхідність математичного моделювання є основою системного підходу до вирішення складних проблем. Розробка математичних моделей є складним дослідницьким завданням, процес рішення якого складається з таких етапів:

- концептуальне проектування;
- ескізне проектування;
- технічне проектування;
- робоче проектування;
- постановка і проведення модельного експерименту;
- статистична обробка результатів моделювання;
- формування альтернативних рішень досліджуваної проблеми.

Найчастіше експеримент ставлять для вирішення одного з двох основних завдань. *Перше завдання* називають екстремальним. Воно полягає у відшукуванні умов процесу, що забезпечують набуття оптимального значення обраного параметра. Ознакою екстремальних завдань є вимога пошуку екстремуму деякої функції. Експерименти, які ставлять для вирішення завдань оптимізації, називають екстремальними. *Друге завдання* нази-

вають інтерполяційним. Воно полягає в побудові інтерполяційної формули для прогнозів значень параметра, що вивчається, залежного від ряду чинників. Для вирішення екстремального або інтерполяційного завдання необхідно мати математичну модель досліджуваного об'єкта. Модель об'єкта отримують, використовуючи результати дослідів. При дослідженні багатofакторного процесу постановка всіх можливих дослідів для отримання математичної моделі пов'язана з величезною трудомісткістю експерименту, оскільки їх число дуже велике. Завдання планування полягає у встановленні мінімально необхідної кількості експериментів і умов їх проведення, у виборі методів математичної обробки результатів і в ухваленні рішень. Планування експериментів значно скорочує їх кількість, необхідну для отримання моделі процесу. Окремим випадком планування експерименту є планування екстремальних експериментів, тобто процес вибору їх числа і умов проведення, мінімально необхідних для знаходження екстремальних експериментів за допомогою методу Бокса-Уїлсона, званого методом крутого сходження.

Метод Бокса-Уїлсона передбачає проведення експериментів невеликими серіями. У кожній серії одночасно варіюють усі фактори за певними правилами. Експерименти проводять так, щоб після математичної обробки результатів попередньої серії можна було спланувати наступну серію.

При плануванні екстремального експерименту мета дослідження повинна бути чітко сформульована і повинна мати кількісну оцінку. Характеристику мети, задану кількісно, називають *параметром оптимізації*. Параметр оптимізації є реакцією, або відгуком, на дію факторів, що визначають поведінку процесу. Результати експерименту використовують для отримання математичної моделі досліджуваного процесу. Математична модель – система математичних співвідношень, що описують процес, що вивчається, або явище. При плануванні експерименту під математичною моделлю часто розуміють рівняння, що зв'язує параметр оптимізації з факторами. Таке рівняння називають функцією відгуку.

При постановці екстремальних експериментів на першому етапі знаходять область оптимуму. На другому етапі прагнуть отримати повніше уявлення про поверхню відгуку в області оптимуму. Розв'язання екстремальної задачі передбачає отримання функції відгуку і знаходження за допомогою її оптимальних умов протікання процесу.

У загальному вигляді функція відгуку (6), що є і параметром оптимізації y , може бути представлена залежністю [1]:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (6)$$

де $x_1, x_2, \dots, x_k$ – незалежні змінні фактори.

Якщо функція відгуку відома, то оптимальні умови процесу знаходять аналітично, без постановки експерименту. Проте часто доводиться

розв'язувати екстремальні задачі при неповному знанні механізму процесу. У цьому випадку залежність функції відгуку невідома, і тому вимушені обмежуватися представленням її, наприклад поліномом у вигляді (7):

$$\gamma = \mu_0 + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_{12} x_1 x_2 + \mu_{11} x_1^2 \dots, \quad (7)$$

де $\mu_0, \mu_1, \dots$ – коефіцієнти регресії при відповідних змінних.

За результатами експерименту можна визначити тільки вибіркові коефіцієнти регресії $b_0, b_1, b_2, b_{12}, \dots$, які є лише оцінками теоретичних коефіцієнтів регресії $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_{12}$. Рівняння регресії, отримане за даними експерименту, яке є вибірковою оцінкою у функції відгуку η , може бути записано таким чином (8):

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + b_k x_k. \quad (8)$$

На першому етапі планування експерименту для визначення напрямку руху до оптимуму і крутого сходження по поверхні відгуку функцію відгуку позначають у вигляді поліному першого ступеня.

Для визначення коефіцієнтів рівняння (8) досить реалізувати експеримент чинника типу 2^k , де k – кількість факторів. Плани експериментів типу 2^k називають планами першого порядку.

Круте сходження закінчують після досягнення області оптимуму. Область оптимуму найчастіше вдається описати поліномом другого ступеня (9):

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k + b_{12} x_1 x_2 + \dots + b_{(k-1)k} x_{(k-1)} x_k + b_{11} x_1^2 + \dots + b_{kk} x_k^2. \quad (9)$$

Щоб визначити всі коефіцієнти рівняння (9), необхідно реалізувати план експерименту, в якому кожен фактор варіюється не менше, ніж на трьох рівнях. Плани експерименту, що дозволяють оцінити коефіцієнти полінома другого ступеня, називають планами другого порядку.

Екстремальні завдання часто вирішують, використовуючи кроковий метод. У цьому випадку модель повинна задовольняти вимогам цього методу. В основі крокового методу лежить припущення, що сукупність значень параметра оптимізації y , отримана при різних поєднаннях факторів x_i , утворює поверхню відгуку. Для наочності уявлення про поверхню відгуку за наявності $y_{\max}$ розглянемо простий випадок, при якому число факторів дорівнює двом (x_1 та x_2). Для кожного фактора встановлено два значення: максимальне і мінімальне. Між цими значеннями кожен фактор може змінюватися безперервно або дискретно.

Межі значень факторів утворюють на площині $x_1 O x_2$ (рис. 5) прямокутник $ABCD$, усередині якого лежать точки можливих значень x_1 і x_2 . Якщо по осі y відкладати значення y_i , отримані при різних поєднаннях значень чинників, то точки y_i лежатимуть на поверхні відгуку. На цій поверхні знаходиться точка M , відповідна оптимальному значенню y . Для знаходження цієї точки необхідно крок за кроком рухатися по поверхні відгуку.

Кроковий метод виходить з припущення, що поверхня відгуку є гладкою і має єдиний оптимум.

Поверхня відгуку розташована в $k + 1$ -просторовому вимірі, яку називають факторною поверхнею. Розмірність простору фактора залежить від кількості факторів. При великій кількості факторів цей простір є багатовимірним, і геометрична інтерпретація функції відгуку стає неможливою. Для опису в багатовимірному просторі поверхні відгуку користуються мовою алгебри. Гладкість поверхні відгуку і наявність на ній однієї точки оптимуму дозволяють рухатися до останньої в будь-якому напрямі, незалежно від початкової точки.

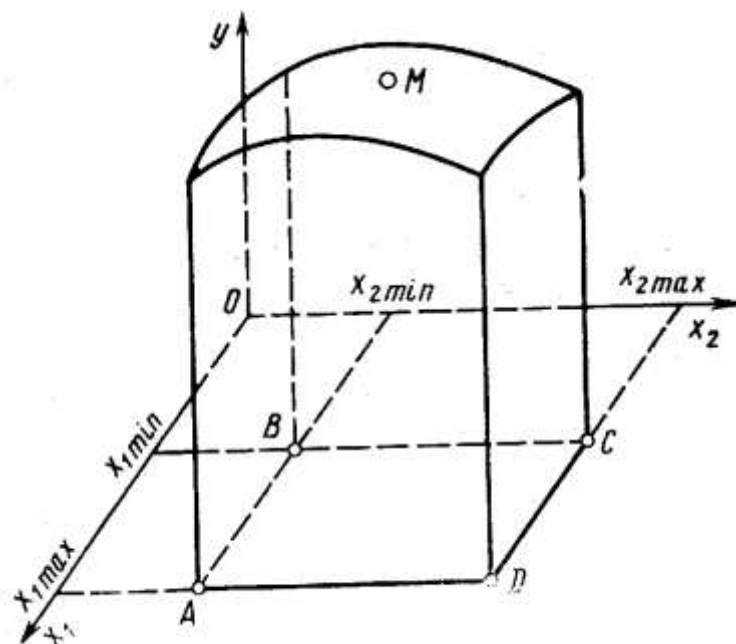


Рисунок 5 – Зображення поверхні відгуку

При кроковому методі кожному чиннику надають два значення: максимальне і мінімальне. Ці значення складають тільки частину можливих значень факторів. На першому етапі реалізації крокового методу обирається лише якась підгалузь з галузі можливих значень факторів, і в цій підгалузі ставиться експеримент.

Існує багато різних методів оптимізації крім крокового методу, наприклад: пошук методом золотого перерізу, квадратична інтерполяція, кубічна інтерполяція та інші. Вибір того чи іншого методу залежить від складності задачі, від необхідної точності отриманого рішення, від кількості факторів. Так, найбільш відомим серед градієнтних методів є метод найшвидшого спуску. Ідея цього методу проста: оскільки вектор градієнта указує напрям найшвидшого зростання функції, то мінімум слід шукати у зворотному напрямі. Цей метод працює, як правило, на порядок швидше за методи випадкового пошуку. Він має два параметри – *точність*, що показує, що якщо зміна оцінки за крок методу менше ніж *точність*, то пошук зупиняється; *крок* – початковий крок для оптимізації кроку. Відмітимо, що крок постійно змінюється в ході оптимізації. Зупинимось на основних не-

доліках цього методу. По-перше, за цим методом знаходиться той мінімум, в область тяжіння якого потрапить початкова точка. Цей мінімум може не бути глобальним. Існує декілька способів виходу з цього положення. Найбільш простий і дієвий – випадкова зміна параметрів з подальшим повторним навчанням методом найшвидшого спуску. Як правило, цей метод дозволяє за декілька циклів пошуку з подальшою випадковою зміною параметрів знайти глобальний мінімум. Другим серйозним недоліком методу найшвидшого спуску є його чутливість до форми околу мінімуму.

На підставі результатів цього експерименту будується перша модель, за якою передбачаються відгуки для значень факторів, що виходять за межі обраної підгалузі. Чим далі від цієї підгалузі лежить точка, що визначає значення факторів, тим з меншою точністю шляхом екстраполяції можна передбачити значення відгуку для цієї точки. Тому екстраполяцію проводять поблизу підгалузі експерименту і використовують її для вибору умов проведення наступного експерименту, тобто встановлюють нові інтервали значень факторів або обирають нову підгалузь простору фактора. Поставивши новий експеримент, будують другу модель і на її підставі роблять наступний крок у напрямі до оптимуму. У цьому й полягає суть крокового методу.

Виходячи з суті цього методу, до моделі висувається головна вимога, що полягає в здатності моделі «передбачати» напрям подальших дослідів з необхідною точністю. Це означає, що передбачені за моделлю значення відгуку повинні відрізнятися від фактичних не більше, ніж на деяку наперед задану величину. Модель, що задовольняє цій вимозі, називають адекватною. Якщо є декілька моделей, що задовольняють вказаній вимозі, то з них обирається найбільш проста.

Найбільш простою моделлю є поліном. Поліном лінійний щодо невідомих коефіцієнтів, а це спрощує оброблення спостережень.

Поліном може бути першого, другого і вищого ступеня. Коефіцієнти полінома обчислюють за наслідками експериментів. Чим більше число коефіцієнтів в поліномі, тим більшу кількість експериментів необхідно поставити для їх визначення. Число коефіцієнтів залежить від ступеня полінома: чим вищою є ступінь, тим більше число коефіцієнтів.

На першому етапі планування – визначенні напрямку руху до оптимуму і крутого сходження по поверхні відгуку – найдоцільніше невідому функцію відгуку апроксимувати поліномом першого ступеня. Апроксимація – це заміна однієї функції іншою, в якомусь сенсі еквівалентної першій. Поліном першого ступеня має мінімальне число коефіцієнтів при даному числі чинників і містить необхідну інформацію про напрям градієнта, під яким розуміють напрям найшвидшого поліпшення параметра оптимізації. Після досягнення шляхом поступового переміщення по поверхні відгуку підгалузі, в якій лежить точка оптимуму, іноді для повнішого опису цієї підгалузі переходять від полінома першого ступеня до полінома другого ступеня. Поліном першого ступеня в загальному вигляді виражається рівнянням (10):

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k + b_{12} x_1 x_2 + \dots + b_{13} x_1 x_3 + \dots + b_{12\dots k} x_1 x_2 \dots x_k \dots (10)$$

Для трьох факторів це рівняння має вигляд(11):

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (11)$$

Поліном другого ступеня для трьох факторів (12):

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (12)$$

Таким чином, можна з допомогою поліномів необхідного ступеня записати будь-яке рівняння математичної моделі.

ТЕСТИ

1 Зміст системного підходу до моделювання:

- а) статистичне оброблення результатів моделювання, виявлення альтернативних варіантів, пропозиції щодо вирішення проблеми;
- б) побудова моделі, вирішення моделі, виявлення альтернативних варіантів, висновки і пропозиції за вирішенням проблеми;
- в) вивчення наочної області, виявлення і формулювання проблеми, математична постановка проблеми, натурне або математичне моделювання досліджуваних об'єктів і процесів, статистичне оброблення результатів моделювання, формулювання і оцінка альтернативних рішень, висновки і пропозиції за рішенням проблеми.

2 Основні завдання, що вирішуються експериментом:

- а) пошукові, оптимальні;
- б) оптимізація процесу, вивчення всіх можливих станів об'єкту;
- в) екстремальні, інтерполяційні.

3 Графічне зображення поверхні відгуку:

- а) поверхня відгуку можна зобразити в системі координат досліджуваних факторів (двовірна система координат);
- б) поверхня відгуку розташована в $k + 1$ -просторовому вимірі, яку називають поверхнею факторів;
- в) поверхня відгуку розташована в багатовимірному просторі.

4 Найбільш проста математична модель:

- а) поліном;
- б) графік залежності відгуку від досліджуваних чинників;
- в) поверхня відгуку в диференціальному вигляді.

4 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ЗВАРЮВАЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

Сучасні зварювальні технології неможливі без створення математичних моделей і їх оптимізації. У даний період в галузі зварювального виробництва накопичений значний досвід зі створення *моделей для математичного забезпечення САПР, математичних моделей для експертних систем, моделей для програмного забезпечення зварювальних роботів і робототехнічних комплексів, математичних моделей у системах керування процесами зварювання.*

Один із прикладів створення математичної моделі в області зварюваності низьколегованих сталей (рис. 6) наведений у роботі [5].

Найбільш небезпечним проявом недостатньої зварюваності низьколегованих сталей є холодні тріщини. Значні труднощі викликає забезпечення заданого комплексу механічних і експлуатаційних властивостей різних зон зварного з'єднання таких, як зварний шов, зона термічного впливу, біляшовна зона.

Накопичений досвід свідчить, що істотні резерви забезпечення зварюваності низьколегованих сталей приховані в правильному виборі теплового режиму зварювання і зварювальних матеріалів. Проте відсутність науково обґрунтованої методики такого вибору не дозволяє ефективно використовувати вказані резерви і приводить до застосування традиційних рішень – призначення підігріву, подальшої відпустки зварних конструкцій, або до застосування зварювальних матеріалів аустенітного класу, хоча існує принципова можливість досягнення позитивного результату при використанні дешевших зварювальних матеріалів перлітного класу.

Перераховані недоліки значною мірою пояснюються складністю і великою кількістю взаємопов'язаних процесів, що існують в сталях при зварюванні, неоднозначною залежністю показників зварюваності від параметрів технології зварювання.

Абсолютно очевидно, що тільки використання технічних можливостей сучасної комп'ютерної техніки для комплексного аналізу технологічних варіантів зварювання шляхом моделювання сукупності існуючих в металі процесів дозволить отримувати оптимальні технологічні рішення при значному зниженні ресурсоемності самого процесу розробки.

Проектування технології зварювання полягає у виборі способу зварювання, зварювальних матеріалів, визначенні параметрів режиму і умов зварювання, а також додаткових технологічних заходів, що забезпечують необхідну якість зварного виробу і необхідні техніко-економічні виробничі показники.

Технічне завдання зазвичай обумовлює перелік і діапазон допустимих значень показників якості зварного з'єднання у вигляді технічних вимог до виробу, який зварюється.

Стосовно зварювання низьколегованих сталей зазвичай регламентуються показники суцільності, геометричні характеристики і комплекс ме-

ханічних властивостей різних зон зварного з'єднання; техніко-економічні показники й інші вимоги, що відображають специфіку конкретного виробництва: наявні виробничі потужності, санітарно-гігієнічні норми, галузеві норми і т. і.

В основі проектування зазвичай закладений принцип оптимізації – вибору якнайкращого за якимось критерієм варіанту з усіх допустимих за технічним завданням рішень.

4.1 Формування моделі на основі системного аналізу

Математична модель вигляду (3) є математичним аналогом об'єкту. Під оператором **F** розуміється повна система операцій, що описує чисельні і логічні відносини між вектором вхідних параметрів **X** і вектором вихідних параметрів **Y** (рис. 6).

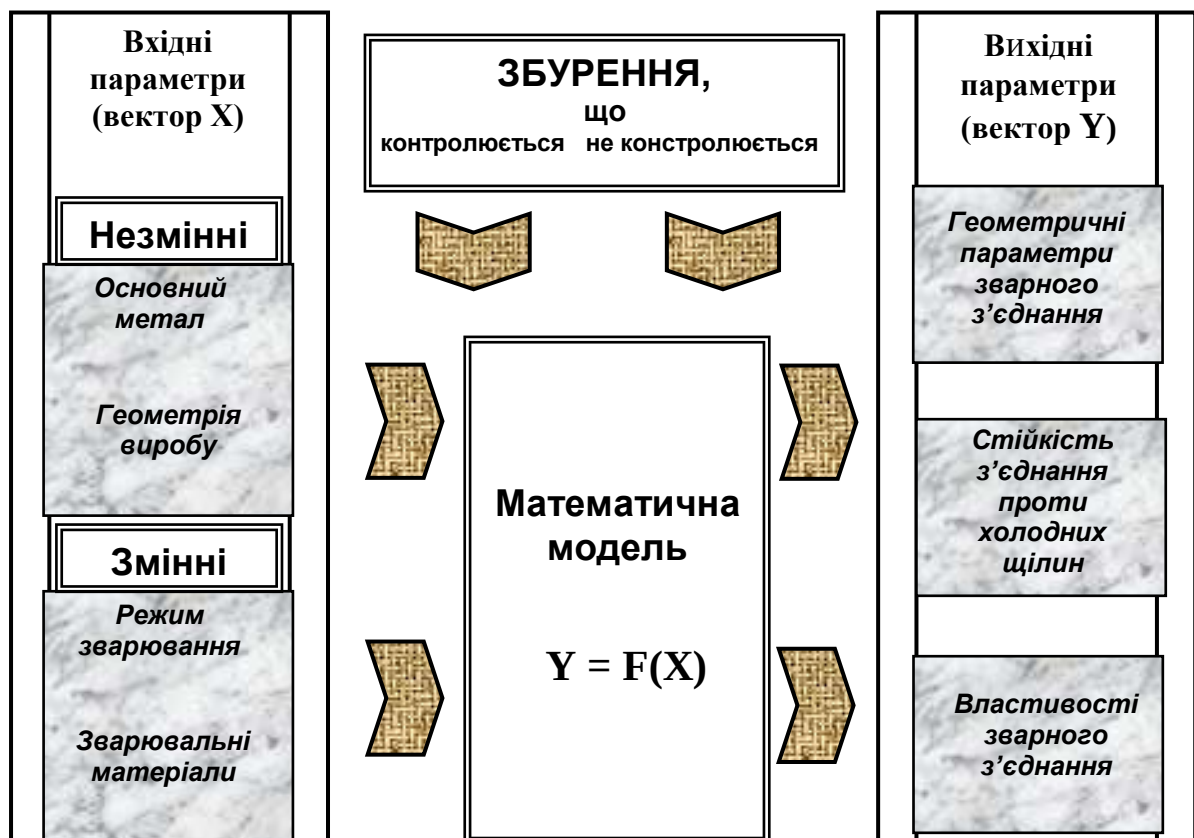


Рисунок 6 – Технологія зварювання як об'єкт проектування

Подібні моделі вирішують задачу аналізу, тобто дозволяють набувати значень показників (**Y**) при заданому наборі вхідних параметрів (**X**). Коректність аналізу визначається ступенем адекватності моделі досліджуваному об'єкту.

Аналіз взаємозв'язків процесів, що визначають формування показників зварюваності низьколегованих сталей (рис. 6) показує, що ці взаємодії можуть бути описані структурою, що гілкується, зі зворотними зв'язка-

ми, що приводить до ускладнення моделі. Для прийняття обґрунтованого рішення про спрощення моделі необхідний додатковий аналіз істотності виявлених зворотних зв'язків.

Зворотний вплив структурних перетворень на протікання теплових процесів пов'язаний зі зміною теплофізичних властивостей матеріалу при мікроструктурних перетвореннях, а також із тепловими ефектами цих перетворень. Облік цього взаємозв'язку можливий шляхом сумісного розв'язання температурної і структурної задач.

Якщо підходи до обліку впливу структурних перетворень на низьколеговані сталі добре відомі (через величину фазових перетворень і властивості матеріалу), то кількісний і якісний описи зворотного впливу не дозволяють врахувати його в належній мірі. З тієї ж причини не враховується вплив низьколегованих сталей на дифузію водню (пунктирні лінії на рис. 6), хоча вплив водню на механічні показники сталей досить відомий. Боротьба за зменшення водню в структурі металу шва та біляшовної зони приводить до покращення механічних показників зварного з'єднання.

Звісно, при моделюванні приймають допущення для спрощення побудови математичної моделі

У результаті прийнятих допущень в математичній моделі відсутні зворотні зв'язки, і моделювання зводиться до послідовного аналізу процесів в порядку, визначеному структурою зв'язків на рисунку 7. Для зменшення трудомісткості математичної моделі формування показників зварюваності розглядається не в усьому об'ємі виробу, а лише в об'ємі ширини зони зварювання, найбільш небезпечної з погляду утворення холодних тріщин.

4.2 Математичне формулювання мети проектування

Як правило, метою проектування технології зварювання є досягнення якнайкращих техніко-економічних показників зварювального виробництва за обов'язкової умови забезпечення необхідного рівня якості виробу. Це стосується як розроблення нових зварювальних матеріалів і технологічних процесів, так і удосконалення існуючих.

Оскільки виконання комплексу технічних вимог є неодмінною умовою придатності проектного рішення, то ступінь виконання кожної з умов працездатності виду $y_j < TT_j$ повинна враховуватися при обчисленні цільової функції. Для усунення проблем, пов'язаних з різною розмірністю і фізичною суттю показників, що входять в умови працездатності, доцільно використовувати безрозмірні величини, що враховують розкид вихідних параметрів об'єкту [5, 6] (13).

$$z_j = a_j \cdot \left(\frac{TT_j - y_j}{\delta_j} - 1 \right) \quad (13)$$

де z_j – запас роботоспроможності за j -м вихідним параметром;

a_j – коефіцієнт, який відображає важливість вихідного параметра;
 TT_j – нормативне значення вихідного параметра;
 y_j – поточне значення вихідного параметра;
 δ_j – величина, яка характеризує розкид параметра.

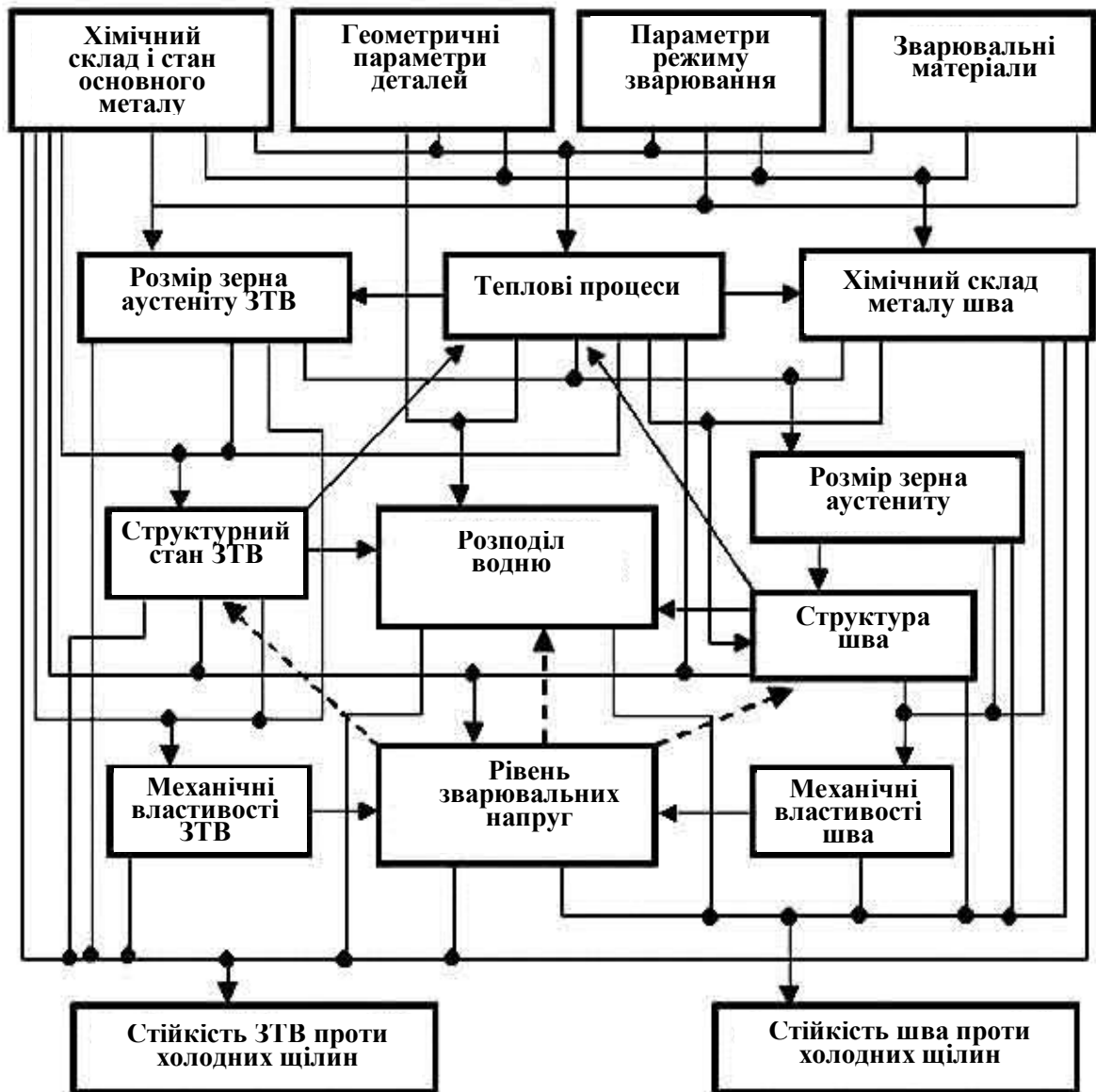


Рисунок 7 – Зв'язок між показниками зварюваності низьколегованих сталей

Максимізація мінімальної з оцінок z_j підвищує вірогідність виконання тієї з умов працездатності, яка характеризується в даний момент з найменшою вірогідністю виконання [6]. Таким чином, синтез параметрів технології зварювання низьковуглецевих сталей зводиться до такого математичного формулювання для об'єкта, що описується моделлю $Y = F(X)$. Необхідно визначити такий вектор вхідних параметрів X , що лежить в області допустимих рішень X_d , щоб, по-перше, досягти максимуму цільової

функції мінімального запасу працездатності; по-друге, забезпечити в D – окіл точки X , яка визначається можливими збуреннями за вхідними параметрами, стійкими за вихідними параметрами (14):

$$\begin{aligned} F(X) &= \max(\min z_j) \\ X &\in X_D, j = [1...m] \\ F(X + \delta X) &= \min z_j > 0 \\ j &= [1...m] \end{aligned} \quad (14)$$

4.3 Вибір методу розв'язання задачі синтезу і алгоритм розв'язання

Важливою властивістю цільових функцій є їх гладкість, зокрема, відсутність гребенів. Складність пошуку екстремуму гребневої функції полягає в тому, що під час переходу через гребінь градієнт цільової функції різко змінює свій напрям на майже протилежний, тоді як найкращим напрямом пошуку є дотична до гребеня. Це приводить зазвичай до «заклинювання» пошуку в околах гребеня.

Враховуючи конфліктність вихідних параметрів моделі, можна зробити висновок про неминучість виникнення гребневої ситуації в процесі пошуку, що дозволяє розглядати завдання оптимізації за максимальним критерієм як завдання пошуку за наявності обмежень типу рівності. Для вирішення таких завдань є ефективний метод пошуку – **метод проекції градієнта**. При його використанні траєкторія пошуку проходить уздовж вершини гребеня, чим забезпечується істотно швидше просування до мети, ніж при застосуванні градієнтних методів або методів прямого пошуку [6].

Найбільшу гнучкість мають інтерактивні засоби проектування, що дозволяють використовувати досвід фахівця при аналізі проміжних результатів і ухваленні рішень. У вигляді прикладу, наведений алгоритм інтерактивної процедури стосовно синтезу параметрів технології зварювання низьколегованих сталей у середовищі захисних газів, представлений на рисунку 8.

Робота за допомогою такого алгоритму виконується таким чином. На етапі перевірки коректності початкових даних оцінюється і принципова можливість досягнення прийнятного рішення. Оскільки показники зварюваності є структурно залежними характеристиками, визначається допустимий діапазон структурних станів низьколегованих сталей, що забезпечують виконання технічних вимог до комплексу властивостей зони термічного впливу. У разі неможливості виконання вказаних технічних вимог вони визнаються несумісними і підлягають коректуванню.

Для зменшення трудомісткості синтезу доцільно провести декомпозицію моделі по зв'язку шов - зона термічного впливу і вирішувати задачу послідовно: спочатку знайти рішення для основного металу без варіації складу металу шва (технічні вимоги до основного металу, як правило, є жорсткішими), а потім обрати зварювальний дріт.

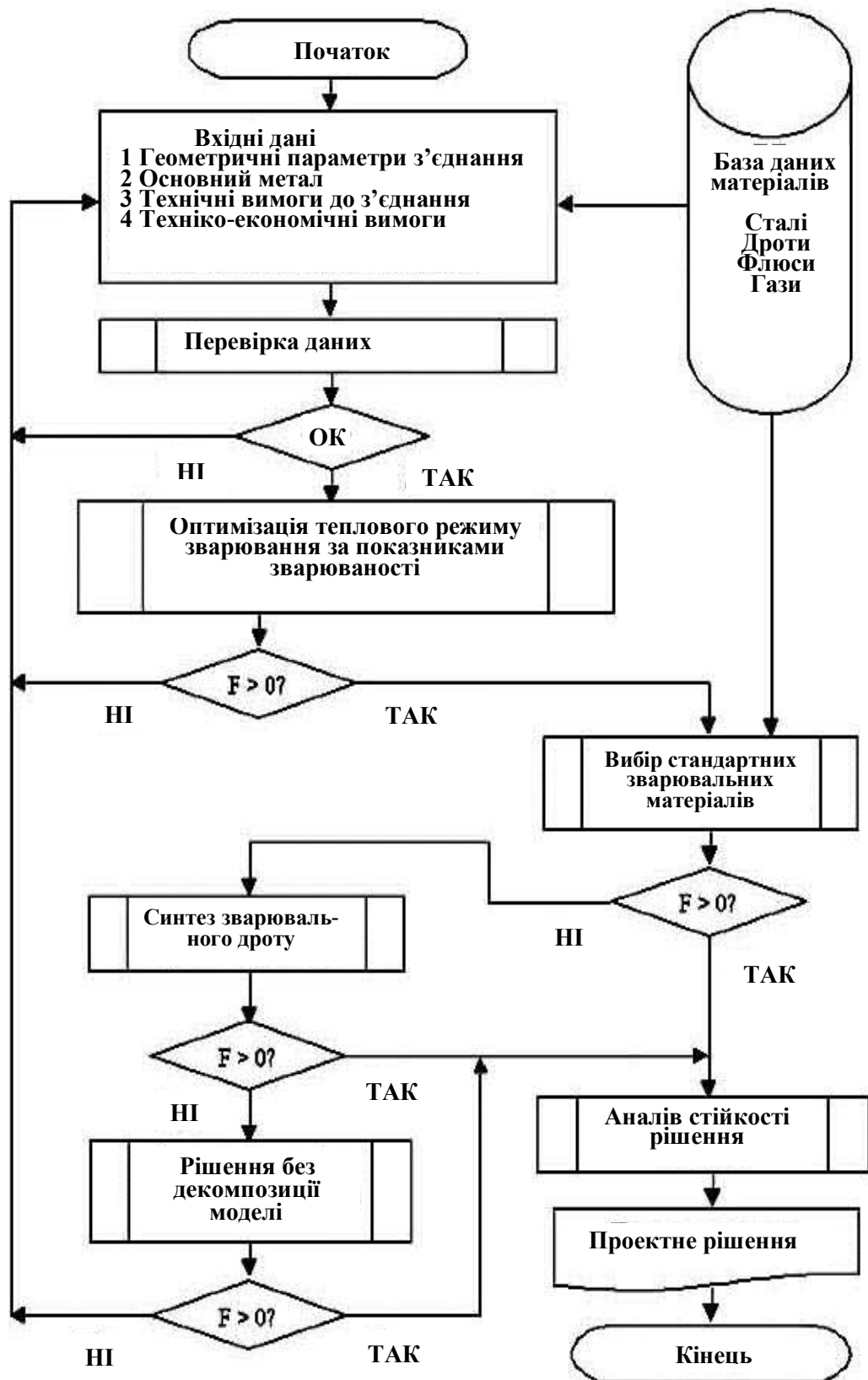


Рисунок 8 – Алгоритм розв'язання задачі синтезу параметрів технології дугового зварювання в середовищі захисних газів

Оптимізація теплового режиму зварювання проводиться для забезпечення необхідного комплексу властивостей зони термічного впливу. На цьому етапі розрахунку визначаються параметри режиму зварювання і під-

готовки крайок з'єднання. Після вибору теплового режиму робиться спроба підбору стандартного зварювального дроту з бази даних. Вибір визнається вдалим, якщо всі технічні вимоги до металу шва (зокрема по стійкості до холодних тріщин) виконуються, і при цьому показник опірності зони термічного впливу не опускається нижче від заданого рівня. За відсутності відповідного стандартного дроту може бути розрахований її необхідний хімічний склад і сформульовано технічне завдання на виготовлення спеціального дроту.

Останнім етапом є перевірка стійкості знайденого рішення при коливаннях вхідних параметрів у межах їх природного розкиду. Рішення визнається стійким, якщо перевірка методом найгіршого випадку не виводить його за межі області якості; інакше необхідне корегування рішення.

ТЕСТИ

1 Проектування технології зварювання включає:

- а) розроблення технічного завдання на проектування пристосувань складання-зварювання, визначення режимів зварювання, вибір способу зварювання;
- б) вибір способу зварювання, зварювальних матеріалів, визначення параметрів режиму і умов зварювання, а також додаткові технологічні заходи, що забезпечують необхідну якість зварного виробу і необхідні техніко-економічні виробничі показники;
- в) розробка технологічних заходів, що забезпечують необхідну якість зварного виробу і необхідні техніко-економічні виробничі показники.

2 Вхідні параметри математичної моделі:

- а) геометричні розміри зварного з'єднання;
- б) стійкість зварного з'єднання проти холодних тріщин,
- в) основний метал, геометрія виробу, режим зварювання, зварювальні матеріали.

3 Вихідні параметри математичної моделі:

- а) геометричні параметри зварного з'єднання;
- б) стійкість зварного з'єднання проти холодних тріщин;
- в) зварювальні матеріали;
- г) геометричні параметри зварного з'єднання, стійкість зварного з'єднання проти холодних тріщин, комплекс властивостей зварного з'єднання.

5 ЕТАПИ ПЛАНУВАННЯ І СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ ПОБУДОВИ МОДЕЛІ 2-ГО ПОРЯДКУ

Для знаходження рівняння регресії 2-го порядку і виконання статистичного аналізу моделі необхідно[4, 7, 8]:

- скласти таблицю кодування факторів;
- скласти план-матрицу експерименту;
- рандомізувати досліди і реалізувати план експерименту;
- перевірити відтворюваність дослідів;
- розрахувати коефіцієнти регресії;
- оцінити значущість коефіцієнтів регресії;
- перевірити адекватність моделі;
- навести рівняння регресії до натуральних чинників;
- дослідити модель 2-го порядку на опуклість і угнутість методами диференціального числення і визначити тип поверхні відгуку;
- побудувати графіки залежності відгуку від кожного з факторів $y = f(x_i)$ при фіксованих значеннях решти чинників (кожен рисунок повинен містити 3-4 криві);
- застосовуючи один з методів оптимізації, знайти в дослідженій області оптимальні поєднання чинників, що забезпечують максимальне і мінімальне значення відгуку.

5.1 Складання таблиці кодування факторів

Розглянемо на прикладі побудови математичної моделі впливу напруги на дузі U_d , вильоту електроду L_v , температури попереднього підігріву виробу T_{II} на ширину шва наплавленого валика B . При дослідженні виконували наплавлення порошковим дротом діаметром 3 мм.

Треба побудувати математичну модель при змінних значеннях режимів наплавлення.

Із технологічних міркувань обрана така область зміни факторів (режимів зварювання):

$$U_d = 21\text{--}27 \text{ В}, L_v = 20\text{--}60 \text{ мм}, T_{II} = 50\text{--}350^\circ\text{C}.$$

Для дослідження застосовуємо центральне композиційне ортогональне планування 2-го порядку. Як осердя плану використовували план 2^3 .

До оптимізації приступають за наявності деяких результатів попередніх досліджень об'єкту, що вивчається. Розв'язання задачі оптимізації починають з вибору області експерименту. Вибір цієї області проводять на основі аналізу апріорної інформації. В області експерименту встановлюють основні рівні і інтервали варіювання факторів.

Основним або нульовим рівнем фактора називають його вхідне значення, прийняте в плані експерименту. Основні рівні обирають так, щоб їх

поєднання відповідало значенню параметра оптимізації, по можливості ближчому до оптимального. Кожне поєднання рівнів факторів є багатовимірною точкою в просторі фактора.

Поєднання основних рівнів приймають за початкову точку для побудови плану експерименту. Побудова плану експерименту полягає у виборі експериментальних точок, симетричних щодо початкової точки або, що одне й те ж, центру плану.

Інтервалом варіювання фактора називають число (своє для кожного фактора), збільшення якого до основного рівня дає верхній рівень фактора, а зменшення – нижній. Інтервал варіювання не може бути обраний меншим від тієї помилки, з якою експериментатор фіксує рівень фактора, а також не може бути настільки великим, щоб верхній або нижній рівні виходили за межі області визначення фактора. При цьому необхідно враховувати, що збільшення інтервалів варіювання утруднює можливість лінійної апроксимації функції відгуку.

Для зручності запису умов експерименту і обробки експериментальних даних рівні факторів кодують. У кодованому вигляді верхній рівень позначають **+1**, нижній - **1**, а основний **0**. Кодоване значення фактора x_i визначаються за залежністю (15):

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\xi_i}, \quad (15)$$

де X_i – натуральне значення i -го фактора;

X_{i0} – натуральне значення основного рівня i -го фактора;

ξ_i – інтервал варіювання i -го фактора.

При кодуванні якісних факторів, у яких два рівня, верхній рівень позначається **+1**, а нижній - **1**.

Експеримент, в якому реалізуються всі можливі поєднання рівнів чинників, називають повним експериментом чинника. Якщо число рівнів кожного чинника m , а число чинників k , то число N усіх поєднань рівнів чинників, а отже, і число експериментів визначається за залежністю (16):

$$N = m^k. \quad (16)$$

Мета першого етапу планування екстремального експерименту – отримання лінійної моделі. Перший етап експерименту передбачає варіювання факторів на двох рівнях.

Заповнюємо таблицю кодування факторів (табл. 1) і доповнюємо її зірковими точками [3, 4, 7].

Зіркові точки можна розрахувати за допомогою формули (17):

$$d = \sqrt{\frac{N\phi - 2^k}{2}}, \quad (17)$$

де N – кількість експериментів,
 ϕ – величина, яка залежить від числа факторів і плеча d ,
 k – число факторів.

Таблиця 1 – Кодування факторів

Інтервал варіювання та рівні факторів	U_d, B	$L_B, мм$	$T_{из}, ^\circ C$
Інтервал варіювання, ξ_i	3	20	150
Нульовий інтервал (рівень), $x_i = 0$	24	40	200
Нижній рівень, $x_i = -1$	21	20	50
Верхній рівень, $x_i = +1$	27	60	350
Зіркові точки, $x_i = -d$ $x_i = +d$	20,35	16	18
	27,65	64	382
Кодове позначення	x_1	x_2	x_3

Окрім розрахунку зіркових точок за формулою, зіркові точки можна визначити за допомогою таблиці 2 [4, 7]. Таким чином отримуємо дані для заповнення матриці планування.

Таблиця 2 – Параметри ортогональних планів другого порядку

k	Осердя плану	Загальна кількість випробувань	ϕ	d
2	2^2	9	0,667	1,0
3	2^3	15	0,730	1,215
4	2^4	25	0,80	1,414
5	2^5	43	0,863	1,596

У матриці планування експерименту запис ведуть умовними позначками. Для спрощення запису умов експерименту в матриці планування замість $+1$ пишуть тільки $+$, а замість -1 – тільки $-$.

Для руху по градієнту необхідна лінійна модель. При $k = 2$ моделлю буде рівняння регресії вигляду $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

Значення коефіцієнтів у цьому рівнянні визначають за допомогою значень функції відгуку, отриманих в результаті експериментів. Під числом ступенів свободи в статистиці розуміють різницю між числом дослідів і кількістю коефіцієнтів моделі, обчислених за наслідками цих експериментів незалежно один від одного.

Число ступенів свободи f при лінійній моделі визначається за залежністю (18):

$$f = N - (k + 1) \quad (18)$$

де N – число експериментів; k – число факторів.

У таблиці 3 наведена факторна матриця експерименту. Заповнюємо матрицю планування (табл. 4).

Таблиця 3 – Матриця факторного експерименту

Номер експерименту	x_1	x_2	y
1	-	-	y_1
2	+	-	y_2
3	-	+	y_3
4	+	+	y_4

Таблиця 4 – Матриця планування

Номер експерименту	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+	-	-	+	y_1
2	+	+	-	-	y_2
3	+	-	+	-	y_3
4	+	+	+	+	y_4

Так, наприклад, при двох факторах число N експериментів дорівнює чотирьом, а для визначення коефіцієнтів рівняння регресії (19) достатньо результатів три.

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2. \quad (19)$$

Таким чином, число ступенів свободи в даному випадку, дорівнює одиниці, може бути використано для перевірки адекватності моделі. Величина і знак коефіцієнта вказують на внесок даного фактора в загальний результат при переході з нульового на верхній або нижній рівень фактора.

Лінійним називають ефект, що характеризує лінійну залежність параметра оптимізації від відповідного фактора. Ефектом взаємодії називають ефект, що характеризує сумісний вплив декількох чинників на параметр оптимізації.

Повний експеримент чинника дозволяє кількісно оцінити лінійні ефекти і всі ефекти взаємодії. Для повного експерименту чинника типу 2^2 рівняння регресії з урахуванням ефектів взаємодії можна представити залежністю (20):

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (20)$$

Для цього експерименту матриця планування наведена в таблиці 4. Треба відзначити, що ця матриця побудована зі стовпчиком фіктивної змінної x_0 . Цей стовпчик вводиться для оцінки вільного члена b_0 . Стовпець x_1x_2 отриманий перемножуванням стовпців x_1 і x_2 . Він введений для розрахунку коефіцієнта b_{12} .

При $k = 2$ побудова матриць повного експерименту фактора не викликає утруднень, оскільки всі можливі поєднання рівнів факторів легко знайти простим перебором значень. При збільшенні числа факторів кількість можливих поєднань рівнів швидко зростає, тому виникає необхідність у деяких прийомах побудови матриць. Розглянемо два найбільш простих прийоми.

Перший прийом побудови матриць заснований на правилі чергування знаків. У першому стовпці (x_1) знаки чергуються по черзі, у другому вони чергуються через 2, у третьому – через 4, у четвертому – через 8, у п'ятому – через 16 і т. п. по ступенях двійки.

Другий прийом заснований на послідовному добудовуванні матриці. Для цього при додаванні нового фактора необхідно повторити комбінації рівнів початкового плану спочатку при значенні нового чинника на верхньому рівні, а потім на нижньому. Побудову матриць планування експериментів можна здійснити з допомогою комп'ютерних програм (розділ 6).

Послідовне добудовування матриці при збільшенні числа чинників від 2 до 5 показано в таблиці 5.

5.2 Заповнення плану-матриці проведення експерименту

Складаємо розширену план матрицю проведення експерименту (табл. 6). У цю ж таблицю заносимо результати проведення експерименту. У відповідності з планом було проведено 15 серій дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по три паралельні досліди. Вимірювалися значення відгуку функції B – ширина наплавленого валика (у таблиці наведені середні значення ширини наплавленого валика).

5.3 Рандомізація дослідів і реалізація плану експерименту

Щоб врахувати в експерименті систематичну дію змінних, які не піддаються, або піддаються з труднощами, обліку і контролю, матрицю плану піддають рандомізації.

Випадковий порядок реалізації дослідів, тобто випадковий порядок реалізації рядків матриці плану, представляє принцип рандомізації, як один з варіантів рандомізації можна використовувати таблицю випадкових чисел [7].

У таблиці 7 представлена рандомізована план-матриця проведення експерименту.

Таблиця 5 – Схема побудови матриці при збільшенні кількості факторів від 2 до 5

Номер дослідів	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	+	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	+	+
3	+	+	-	+	+	+
4	+	-	-	+	+	+
5	+	+	+	-	+	+
6	+	-	+	-	+	+
7	+	+	-	-	+	+
8	+	-	-	-	+	+
9	+	+	+	+	-	+
10	+	-	+	+	-	+
11	+	+	-	+	-	+
12	+	-	-	+	-	+
13	+	+	+	-	-	+
14	+	-	+	-	-	+
15	+	+	-	-	-	+
16	+	-	-	-	-	+
17	+	+	+	+	+	-
18	+	-	+	+	+	-
19	+	+	-	+	+	-
20	+	-	-	+	+	-
21	+	+	+	-	+	-
22	+	-	+	-	+	-
23	+	+	-	-	+	-
24	+	-	-	-	+	-
25	+	+	+	+	-	-
26	+	-	+	+	-	-
27	+	+	-	+	-	-
28	+	-	-	+	-	-
29	+	+	+	-	-	-
30	+	-	+	-	-	-
31	+	+	-	-	-	-
32	+	-	-	-	-	-

Таблиця 6 – План-матриця експерименту

	№ п/п	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1^2 - \varphi$	$x_2^2 - \varphi$	$x_3^2 - \varphi$	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	B, мм
План експеримента 2^3	1	1	-1		-1	0,27	0,27	0,27	1	1	1	10,87
	2	1	1		-1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	1	17,6
	3	1	-1	1	-1	0,27	0,27	0,27	-1	1	-1	10,9
	4	1	1	1	-1	0,27	0,27	0,27	1	-1	-1	17,8
	5	1	-1	-1	1	0,27	0,27	0,27	1	-1	-1	13,0
	6	1	1	-1	1	0,27	0,27	0,27	-1	1	-1	18,3
	7	1	-1	1	1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	1	13,2
	8	1	1	1	1	0,27	0,27	0,27	1	1	1	19,0
Зіркові точки	9	1	1,215	0	0	0,77	-0,73	-0,73	0	0	0	11,2
	10	1	1,215	0	0	0,77	-0,73	-0,73	0	0	0	18,0
	11	1	0	-1,215	0	-0,73	0,77	-0,73	0	0	0	14,5
	12	1	0	1,215	0	-0,73	0,77	-0,73	0	0	0	14,2
	13	1	0	0	-1,215	-0,73	-0,73	0,77	0	0	0	13,0
	14	1	0	0	1,215	-0,73	-0,73	0,77	0	0	0	15,5
Нульова точка	15	1	0	0	0	-0,73	-0,73	-0,73	0	0	0	14,33

Таблиця 7 – Рандомізована план-матриця експерименту

	№ п/п	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1^2 - \varphi$	$x_2^2 - \varphi$	$x_3^2 - \varphi$	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	B, мм
План експеримента 2^3	9	1	1,215	0	0	0,77	-0,73	-0,73	0	0	0	11,2
	11	1	0	-1,215	0	-0,73	0,77	-0,73	0	0	0	14,5
	3	1	-1	1	-1	0,27	0,27	0,27	-1	1	-1	10,9
	1	1	-1		-1	0,27	0,27	0,27	1	1	1	10,87
	5	1	-1	-1	1	0,27	0,27	0,27	1	-1	-1	13,0
	14	1	0	0	1,215	-0,73	-0,73	0,77	0	0	0	15,5
	7	1	-1	1	1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	1	13,2
	15	1	0	0	0	-0,73	-0,73	-0,73	0	0	0	14,33
Зіркові точки	2	1	1		-1	0,27	0,27	0,27	-1	-1	1	17,6
	6	1	1	-1	1	0,27	0,27	0,27	-1	1	-1	18,3
	4	1	1	1	-1	0,27	0,27	0,27	1	-1	-1	17,8
	8	1	1	1	1	0,27	0,27	0,27	1	1	1	19,0
	13	1	0	0	-1,215	-0,73	-0,73	0,77	0	0	0	13,0
	10	1	1,215	0	0	0,77	-0,73	-0,73	0	0	0	18,0
Нульова точка	12	1	0	1,215	0	-0,73	0,77	-0,73	0	0	0	14,2

План, який ми розглядаємо, є **ортогональним**, оскільки для нього виконується умова (21):

$$\sum_{i=1}^n x_i x_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ n & i = j \end{cases} \quad (21)$$

де **n** — загальна кількість дослідів (число строк у матриці планування), **i** — номер досліда, **i, j = 0, 1, ..., k** (**k** — число факторів).

Тобто скалярне перемноження двох векторів $x_i x_j$ дорівнює нулю, це означає, що вектори ортогональні. Оскільки будь-яке скалярне перемноження двох різних стовпців матриці повинне дорівнювати нулю, то у такому разі планування експерименту називається **ортогональним**. Це правило показує, що в ортогональному плануванні при парному числі рівнів, на яких фіксується кожен фактор, ці рівні повинні бути симетричні щодо центральної точки $x = 0$, а при непарному числі рівнів повинна використовуватися і центральна точка (рис. 9). **Ортогональність** є однією з найбільш важливих властивостей матриці. Ортогональність матриці дозволяє оцінити всі коефіцієнти рівняння регресії незалежно один від одного, тобто величина будь-якого коефіцієнта не залежить від того, які величини мають інші коефіцієнти. Якщо той або інший коефіцієнт регресії виявиться незначущим, то його можна не враховувати, не перераховуючи інших.

План 2^n може бути **насиченим** при виборі числа членів рівняння $m + 1 = N$, **ненасиченим** при виборі числа членів рівняння і відповідно числа стовпців плану $m + 1 < N$.

План 2^n є також **рототабельним**, оскільки всі точки плану лежать на колі (сфері, гіперсфері) з радіусом $2^{1/2}$ щодо центру плану.

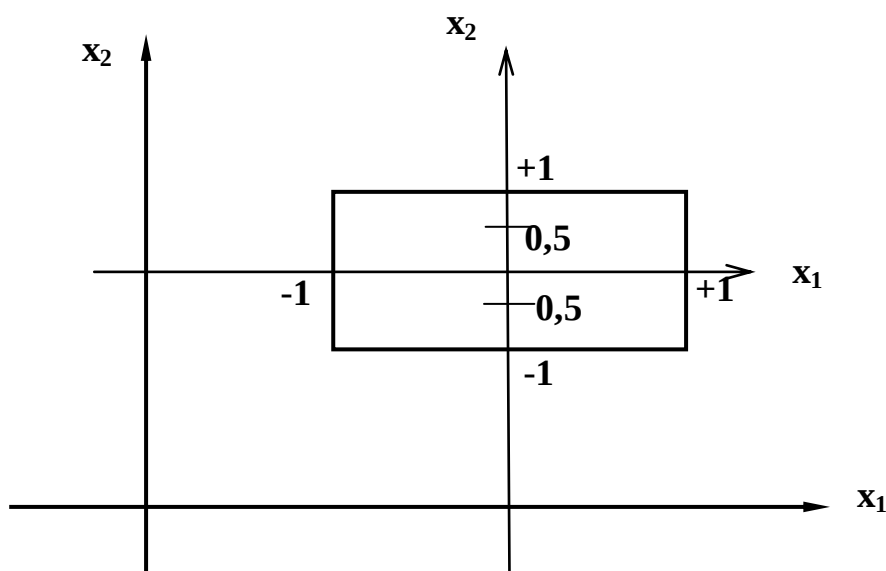


Рисунок 9 – Вибір рівнів варіювання при ортогональному плануванні

5.4 Перевірка відтворюваності дослідів

Значущість результатів спостережень кожного дослідів визначаємо за допомогою критерію Стюдента [7, 8] при 5% рівні значущості (22):

$$\frac{Y_q - \bar{Y}}{S^2_i} \leq t. \quad (22)$$

Величина табличного критерію Стюдента $t_1(0,05; 1) = 12,71$ для даного плану [7, 8].

Якщо величина критерію Стюдента менше табличного критерію, то всі отримані результати значущі.

Перевірку однорідності дисперсій дослідів при однаковому числі дубльованих спостережень на кожному поєднанні рівнів факторів, **тобто відтворюваність дослідів**, проводимо за критерієм Кохрена при 5% рівні значущості [7, 8] (23):

$$G = \left(\frac{S_{u\max}}{\sum_{u=1}^m S^2_u} \right) \leq G_{(0,05; f_m; f_u)}, \quad (23)$$

де S^2_u – дисперсія, яка характеризує розсіювання результатів дослідів на кожному з u -сполучень рівнів факторів;

$S_{u\max}$ – найбільша з дисперсій у рядкових планах;

$G_{(0,05; f_m; f_u)}$ – табличне значення критерія Кохрена, для Y
 $G_{(0,05; 15; 3)} = 0,3733$.

Розрахункове значення, розраховане за формулою для досліджуваних факторів, дорівнює: $G = 0,246$. Оскільки розрахунковий коефіцієнт критерію Кохрена менший від табличного, то вважаємо, що процеси відтворювані.

Середньовагова дисперсія буде дорівнювати (24):

$$S^2_y = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S^2_i, \quad (24)$$

де S^2_i – розраховуємо за формулою (25);

m – число серій дослідів, $m = 15$;

$$S^2_i = \frac{\sum_{q=1}^n (Y_q - \bar{Y})^2}{n-1}, \quad (25)$$

де Y_q – результат відокремленого дослід,
 $\bar{Y}$ – середньоарифметичне з кількох дослідів,
 n – кількість дослідів.

5.5 Розрахунок коефіцієнтів регресії

Розрахунок коефіцієнтів регресії проводиться за формулою (26):

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u}{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2}, \quad (26)$$

де i – номер стовпчика у матриці планування.
Після чого виконуємо оцінку значущості коефіцієнтів регресії.

5.6 Оцінка значущості коефіцієнтів регресії

Оцінка значущості коефіцієнтів регресії проводиться за критерієм Стьюдента [7, 8] (27). Коефіцієнт вважається значущим, коли його абсолютна величина не менша від довірчого інтервалу, тобто:

$$|b_i| \geq \Delta b_i, \quad (27)$$

де Δb_i – довірчий інтервал, який визначається за формулою (28):

$$\Delta b_i = t(\alpha, f_y) S(b_i), \quad (28)$$

де $t(\alpha, f_y)$ – табличне значення критерія Стьюдента, $t = 2,13$;
 α – рівень значущості ($\alpha = 0.05$);
 f_y – число ступенів свободи при визначенні дисперсії досліда – $S^2(y)$;
 $S(b_i)$ – корінь квадратний з дисперсії коефіцієнта регресії (29):

$$S(b_i) = \sqrt{S^2(b_i)}. \quad (29)$$

Дисперсії коефіцієнтів регресії визначаються за формулою (30):

$$S^2(\mathbf{b}_i) = \frac{S^2(\mathbf{y})}{m \sum_{u=1}^N x_{iu}^2}, \quad (30)$$

де $S^2(\mathbf{y})$ – дисперсія дослідів.

Дисперсія дослідів визначається за формулою (31):

$$S^2(\mathbf{y}) = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N S_u^2, \quad (31)$$

а результати заносяться до таблиці. Якщо коефіцієнт вийшов незначущим, то він виключається з моделі, тобто прирівнюється до нуля.

5.7 Перевірка адекватності отриманої моделі

Адекватність побудованої математичної моделі досліджуваному об'єкту перевіряється за критерієм Фішера за формулою (32):

$$F = \frac{S_{ад}^2(\mathbf{y})}{S^2(\mathbf{y})}, \quad (32)$$

де $S^2(\mathbf{y})$ – дисперсія дослідів;

$S_{ад}^2(\mathbf{y})$ – дисперсія адекватності, що визначається за формулою (33):

$$S_{ад}^2(\mathbf{y}) = \frac{m}{N-1} \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y}_u)^2, \quad (33)$$

де l – число значущих коефіцієнтів регресії;

N – число дослідів;

y_u – розрахункове значення відгуку по моделі;

$\bar{y}_u$ – середнє значення відгуку з N паралельних дослідів.

Розрахований статистичний коефіцієнт F порівнюється з табличним значенням критерія Фішера – $F(\alpha, f_{ад}, f_y)$, де α – рівень значущості ($\alpha = 0,05$); $f_{ад} = N - l$ – число ступенів свободи дисперсії адекватності.

F – критерій Фишера, використовують також для порівняння дисперсій двох варіаційних рядів. Якщо обчислене значення критерію F більше від критичного для визначеного рівня значимості і відповідних чисел ступенів вільності для чисельника і знаменника, то дисперсії вважаються різними.

Якщо модель не адекватна, то необхідно перейти до складнішої моделі, після чого перейти до натуральних факторів.

ТЕСТИ

1 Інтервал варіювання фактора – це:

- а) максимальна і мінімальна межі допустимих значень фактора з області речовинних числових значень;
- б) число (своє для кожного фактора), збільшення якого до основного рівня дає верхній рівень фактора, а віднімання – нижній;
- в) область допустимих значень дійсних чисел простору фактора.

2 Рандомізація – це:

- а) випадковий порядок реалізації дослідів, тобто випадковий порядок реалізації рядків матриці плану досліджень;
- б) вибірка випадкових числових значень для визначення дійсних чисел простору фактора;
- в) суворий порядок проведення дослідів у відповідності з рангом зменшення параметрів фактора.

3 Ортогональність плану – це:

- а) коли скалярне перемноження двох векторів $\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j$ дорівнює нулю, отже – вектори ортогональні, а оскільки будь-яке скалярне перемноження двох різних стовпців матриці повинно дорівнювати нулю, то в такому разі планування експерименту називається ортогональним,
- б) означає, що план-матриця дозволяє оцінити всі коефіцієнти рівняння регресії незалежно один від одного, тобто величина будь-якого коефіцієнта не залежить від того, які величини мають інші коефіцієнти,
- в) якщо всі точки плану лежать на колі (сфері, гіперсфері) з радіусом $2^{1/2}$ щодо центру плану.

4 Перевірити значущість відтворення результатів спостереження кожного досліді можна:

- а) за критерієм Стюдента;
- б) за критерієм Кохрена;
- в) у відповідності з дисперсією коефіцієнтів регресії.

6 ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

Математичне моделювання технології зварювального виробництва (з використанням програми Statistica)

Мета практичної роботи: навчитися будувати регресійні однофакторні моделі, вибирати серед них оптимальну, оцінювати адекватність моделі, розраховувати прогноз.

Завдання до практичної роботи:

- дослідити математичну залежність відгуку від фактора за наявності даних експерименту;
- навчитися обчислювати середнє значення змінної величини, середньоквадратичне відхилення змінної, розмах вибірки;
- будувати регресійні однофакторні моделі;
- оцінювати адекватність моделей і обирати серед них оптимальну;
- побудувати графік і рівняння лінійної моделі;
- розрахувати прогноз відгуку Y по лінійній моделі;
- побудувати графік і рівняння експоненціальної моделі $y = a \cdot e^{bx}$;
- розрахувати прогноз відгуку Y за експоненціальною моделлю;
- побудувати графік і рівняння поліноміальної моделі;
- розрахувати прогноз відгуку Y за поліноміальною моделлю;
- розрахувати квадрати відхилень вибірових значень від прогнозованих;
- обчислити суму квадратів відхилень;
- проаналізувати створені математичні моделі і обрати модель, яка найточніше характеризує експериментальну залежність коефіцієнта втрат порошкового дроту від напруги на дузі.

Приклад 1

Створити математичну модель впливу напруги на дузі U_d на коефіцієнт втрат порошкового дроту Ψ_p .

Прийняті поєднання рівнів факторів наведені в таблиці 8.

Треба відзначити, що на коефіцієнт втрат порошкового дроту впливає не один фактор – напруга на дузі, а декілька такі, як зварювальний струм, виліт електроду, хімічний склад порошкового дроту та інші, але для навчання роботі в програмі **Statistica** і виконання завдання в даному навчальному посібнику використані не всі фактори і відгуки експериментів.

Для виконання завдання необхідно:

- ❖ створити таблицю даних;
- ❖ обчислити середнє значення, середньоквадратичне відхилення, розмах вибірки результатів експерименту;
- ❖ за допомогою програми побудувати графік і рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$;
- ❖ розрахувати прогноз відгуку Y за лінійною моделлю;

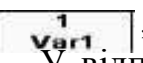
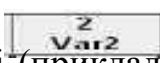
- ❖ знайти графік і рівняння експоненціальної моделі $y = a * e^b$;
- ❖ розрахувати прогноз відгуку Y за експоненціальною моделлю;
- ❖ знайти графік і рівняння поліноміальної моделі;
- ❖ розрахувати прогноз відгуку Y за поліноміальною моделлю;
- ❖ розрахувати квадрати відхилень вибіркового значення від прогнозованих;
- ❖ обчислити суму квадратів відхилень;
- ❖ обрати модель за сумою квадратів відхилень;
- ❖ перевірити лінійну модель на адекватність.

Таблиця 8 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (U_d), В	Y (ψ_{II}), %
1	21	27,32
2	22	26,84
3	28	30,83
4	27	30,13
5	23	22,93
6	21	28,95
7	30	40,84
8	29	33,49
9	26	25,92
10	25	25,14

6.1 Створюємо таблицю даних

Для створення таблиці даних необхідно обрати пункт меню в програмі **Statistica: File – New Data** (файл, нові дані); у стовпчиках таблиці розташовані змінні **Vars**, у рядках таблиці – випадки **Cases** (рис. 10).

Для введення даних до таблиці необхідно двічі клацнути по вікну таблиці , ввести позначення U_d , а у вікно  ввести позначення ψ_{II} . У відповідні рядки таблиці ввести дані (приклад 1) і зберегти таблицю (наприклад: **pr.1.sta**). На рисунку 11 наведена заповнена електронна таблиця даних.

Визначаємо змінні: кнопка **Variables** викликає змінні (x, y), після цього записуємо задані змінні, тобто напругу на дузі U_d і коефіцієнт втрат порошкового дроту ψ_{II} – (U_d, ψ_{II}), та натискаємо кнопку **Ok**.

Розраховуємо статистичні характеристики для проведеного експерименту такі, як об'єм вибірки експерименту, середнє значення даних відгуку, середньоквадратичне відхилення, мінімальне і максимальне значення, для чого активуємо опції: **Valid N (Об'єм вибірки)**, **Mean (Середнє значення)**, **Standard Deviation (Середньоквадратичне відхилення)**, **Minimum і Maximum (Мінімальне і максимальне значення)** і натискаємо кнопку **Summary (Підсумок)**.

Результати розрахунку обраних статистичних характеристик запи-
шуться у вигляді таблиці (рис. 13).

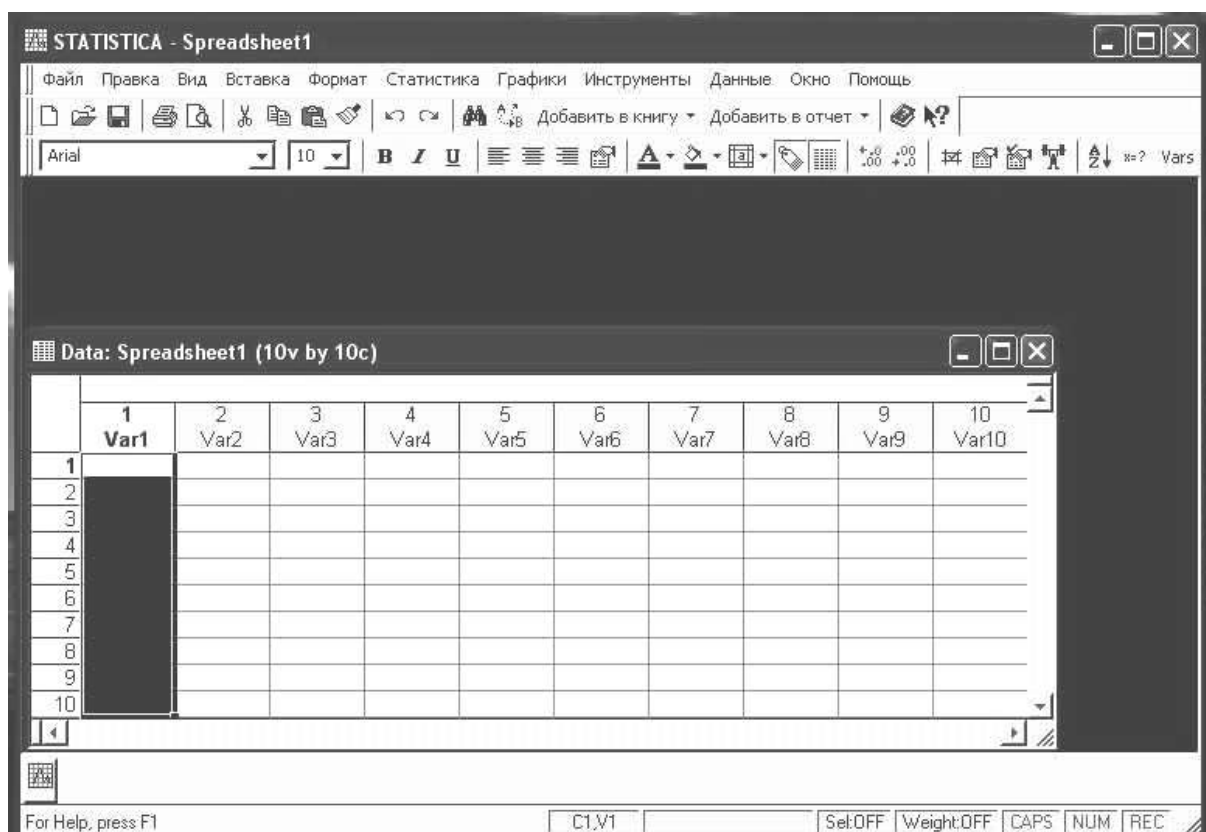


Рисунок 10 – Пуста електронна таблиця даних

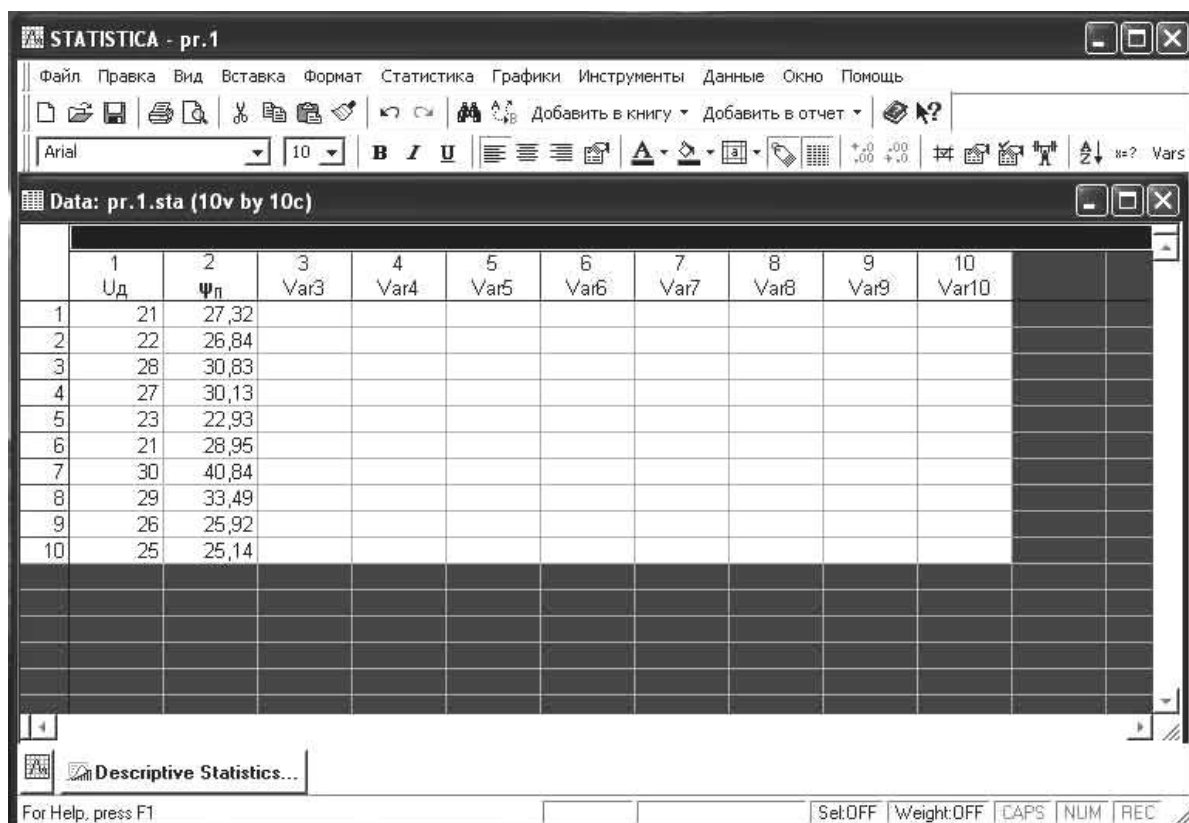


Рисунок 11 – Заповнена електронна таблиця даних

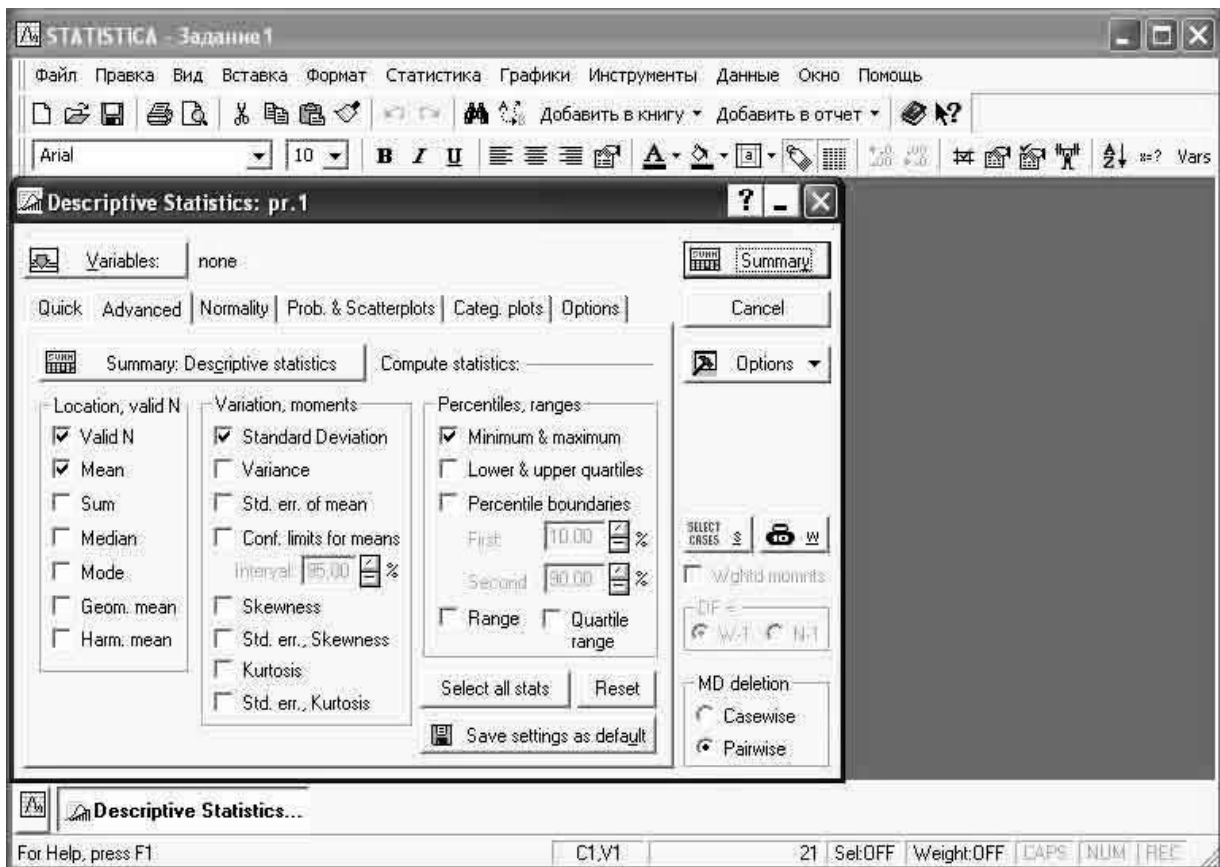


Рисунок 12 – Основні статистичні характеристики і таблиці

STATISTICA - Workbook5* - [Descriptive Statistics (pr.1)] - [Workbook5* - Descriptive Statistics (pr.1)]

File Правка Вид Вставка Формат Статистика Графики Інструменти Данні Workbook Окно Помощь

Arial 10 B I U

Descriptive Statistics (pr.1)

Variable	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
Ud	10	25,20000	21,00000	30,00000	3,326660
Ψn	10	29,23900	22,93000	40,84000	5,089441

Descriptive Statistics (pr.1)

Descriptive Statistics: pr.1 Descriptive Statistics...

Ready C1.V1 10 CAPS NUM REC

Рисунок 13 – Розраховані статистичні характеристики

6.2 Будуємо графік і знаходимо рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$

Активуємо таблицю з даними. **Prob. & Scatterplots (Передбачувані точкові графіки)** – вкладка **Advanced (Додатково)**. Визначаємо змінні: кнопка **Variables (1- Уд, 2- ψ_{II})**, **Ok**. Обираємо дані, які зі змінних на графіці будуть відкладені по горизонталі (**Уд**), інші зміні – по вертикалі (**ψ_{II}**).

Обираємо опції графіка **2-D Scatterplots (Двомірний точковий)**. Отримуємо графічне зображення розрахованої математичної моделі. Над графіком написано рівняння математичної моделі лінійної регресії – залежність коефіцієнта втрат порошкового дроту від напруги на дузі (рис. 14).

$\psi_{II} = 2,1940 + 1,0732 * \text{Уд}$, **Correlation: $r = ,70149$** (коефіцієнт кореляції).

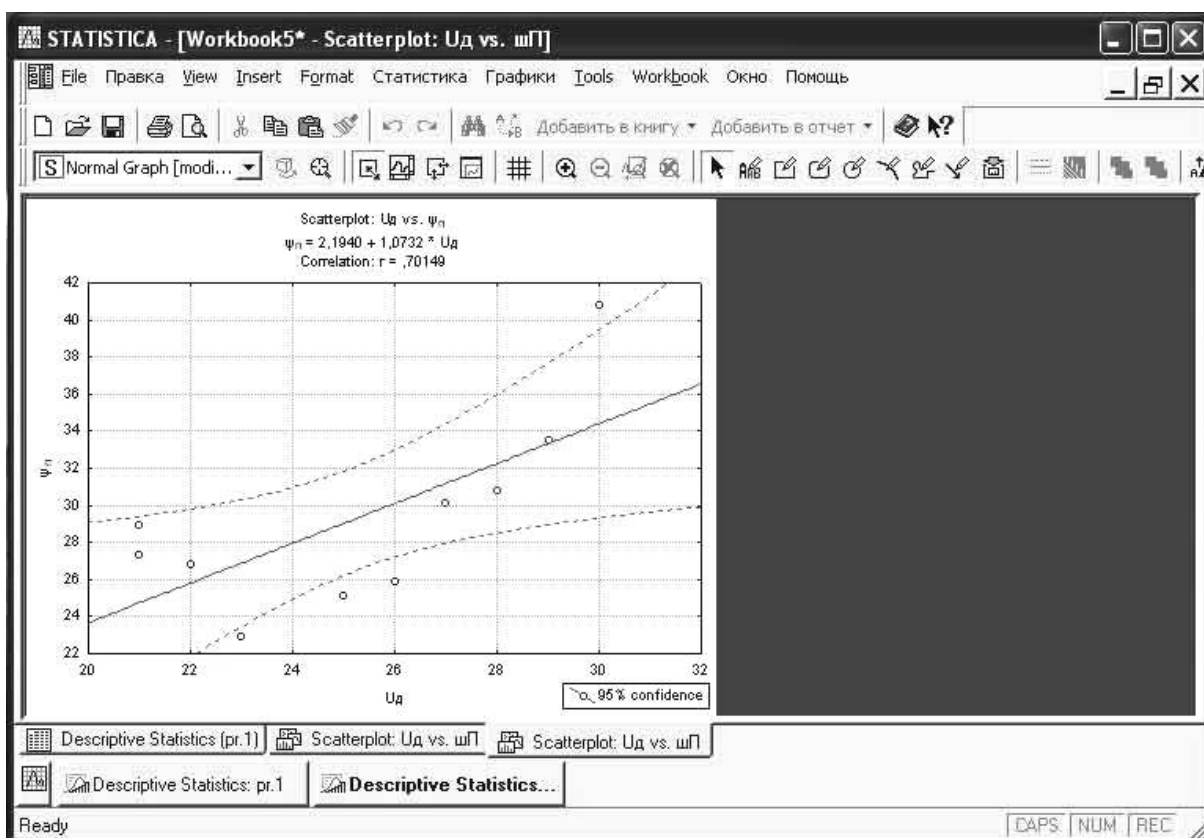


Рисунок 14 – Графік і рівняння математичної моделі

6.3 Розраховуємо прогноз відгуку $Y (\psi_{II})$ за лінійною моделлю

Використовуючи отриману формулу можна розрахувати значення коефіцієнту втрат порошкового дроту ψ_{II} у будь-якій точці з області прогнозів.

Додамо до таблиці 8 3-й стовпчик ψ_{II_L} . Подвійним клацанням миші по імені стовпця входимо у вікно редагування стовпця.

У вікні **Long Name (Повне ім'я)** внизу діалогового вікна записуємо формулу: $= 2,1940 + 1,0732 * \text{Уд}$ (рівняння регресії) і натискаємо кноп-

ку **ОК**. У стовпці ψ_{Π_L} з'являться значення відгуку, розраховані за рівнянням лінійної регресії для всіх значень факторів напруги на дузі U_d (табл. 8).

Отримані значення факторів, тобто напруги на дузі, наведені на рисунку 15.

	1 U_d	2 ψ_{Π}	3 ψ_{Π_L}	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	21	27,32	24,7312							
2	22	26,84	25,8044							
3	28	30,83	32,2436							
4	27	30,13	31,1704							
5	23	22,93	26,8776							
6	21	28,95	24,7312							
7	30	40,84	34,39							
8	29	33,49	33,3168							
9	26	25,92	30,0972							
10	25	25,14	29,024							

Рисунок 15 – Передбачувані значення відгуку, розраховані згідно з рівнянням лінійної регресії

6.4 Знаходимо графік і рівняння експоненціальної моделі

$$y = a \cdot e^{bx}$$

У пункті меню програми **Statistica** – **Графіки** обираємо вигляд графіка **Exponential** (Експоненціальний), вводимо ті ж початкові дані, згідно з прикладом 1 (п. 6.3), отримуємо графік і функцію експоненціальної моделі: $\psi_{\Pi} = 12,2423 \cdot \exp(0,0341 \cdot U_d)$ (рис. 16).

6.5 Розраховуємо прогноз відгуку Y (ψ_{Π}) за експоненціальною моделлю

Використовуючи отриману формулу можна розрахувати значення ψ_{Π} у будь-якій точці з області прогнозів.

Додамо до таблиці 8 4-й стовпець ψ_{Π_EXP} . Подвійним клацанням миші по імені стовпця входимо у вікно редагування стовпця. У вікні **Long Name** (Повне ім'я) внизу діалогового вікна записуємо формулу $=12,2423 \cdot \exp(0,0341 \cdot U_d)$ (рівняння регресії) і натискаємо кнопку **ОК**. У стовпці ψ_{Π_EXP} з'являться значення прогнозу відгуку, розраховані за рівнянням експоненціальної регресії для всіх факторів U_d (табл. 8). Отримані значення наведені на рисунку 17.

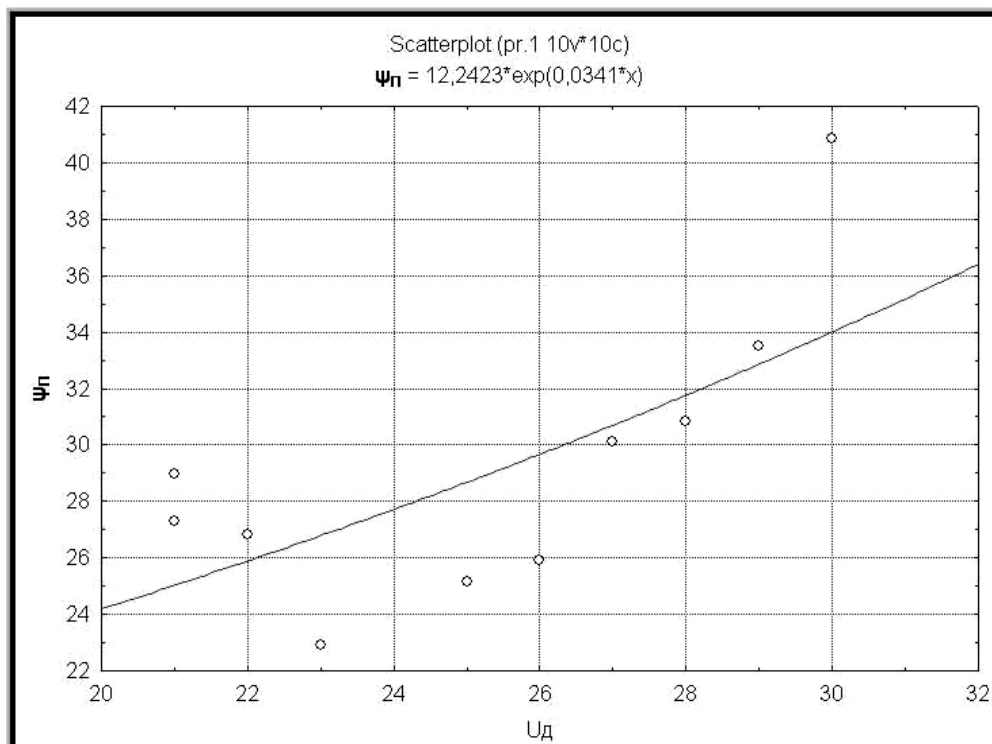


Рисунок 16 – Графік та рівняння експоненціальної математичної моделі

Data: pr.1.sta (10v by 10c)

	1 Uд	2 Ψn	3 Ψn_L	4 Ψn_EXP	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	21	27,32	24,7312	25,05309						
2	22	26,84	25,8044	25,92213						
3	28	30,83	32,2436	31,80734						
4	27	30,13	31,1704	30,741						
5	23	22,93	26,8776	26,82132						
6	21	28,95	24,7312	25,05309						
7	30	40,84	34,39	34,05229						
8	29	33,49	33,3168	32,91068						
9	26	25,92	30,0972	29,7104						
10	25	25,14	29,024	28,71435						

Рисунок 17 – Прогнозовані значення відгуку, розраховані згідно з рівнянням експоненціальної регресії

6.6 Будуємо графік і рівняння поліноміальної моделі

У пункті меню програми **Statistica** обираємо вкладку **Графіки** і задаємо вигляд графіка (рис. 18) **Polynomial (Поліноміальний)**, вводимо початкові дані (п. 6.3), отримуємо побудований графік і функцію поліноміальної моделі (рис. 19): $\Psi_n = 271,3788 - 20,6214 * U_d + 0,4303 * U_d^2$.

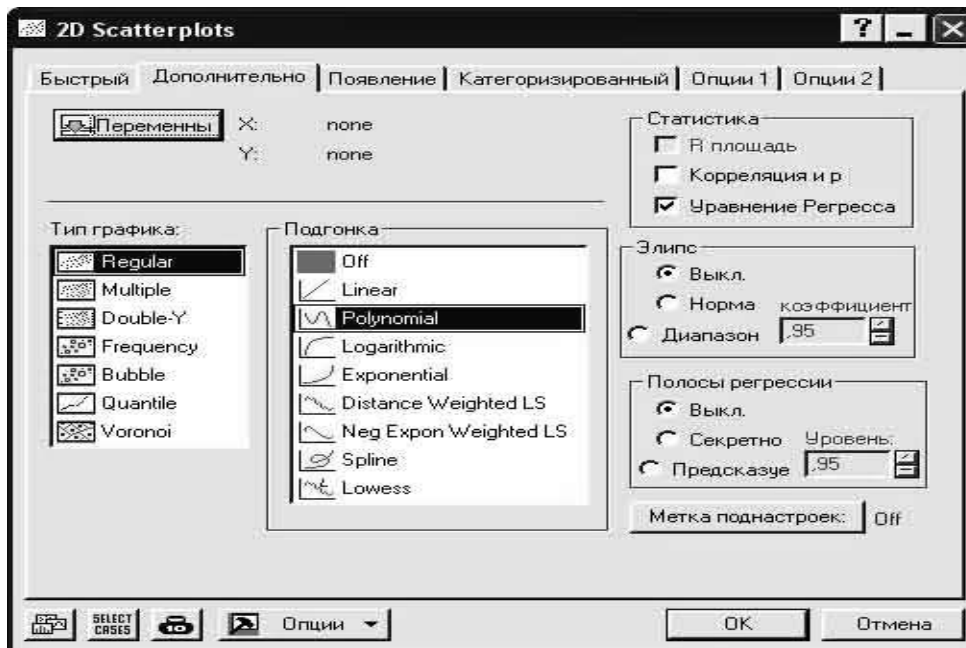


Рисунок 18 – Вкладка програми для вибору виду графіка (Polynomial (Поліноміальний))

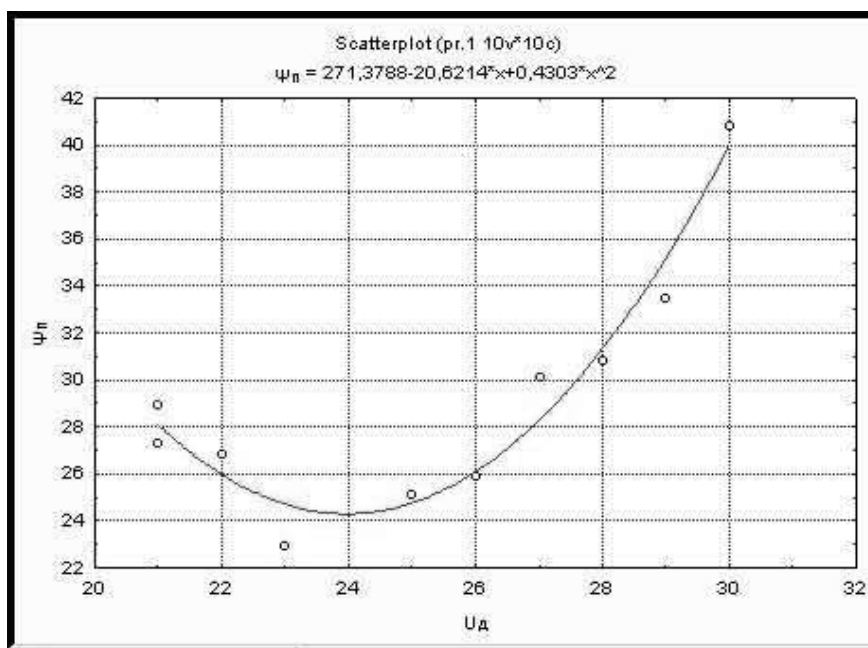


Рисунок 19- Графік і функція поліноміальної моделі

6.7 Розраховуємо прогноз відгуку Y (ψ_n) з поліноміальної моделі

Використовуючи отриману формулу можна розрахувати значення ψ_n у будь-якій точці з області прогнозів. Додамо до таблиці 8 5-й стовпець ψ_n POL. Подвійним клацанням миші по імені стовпця входимо у вікно редагування стовпця. У вікні **Long Name (Повне ім'я)** внизу діалогового вікна записуємо формулу: $= 271,3788 - 20,6214 * U_d + 0,4303 * U_d^2$ (рівняння регресії) і натискаємо кнопку ОК.

У стовпці ψ_{Π_POL} з'являться значення відгуку, розраховані за рівнянням експоненціальної регресії для всіх факторів U_d (табл. 8). Отримані значення наведені на рисунку 20.

	1 U_d	2 ψ_{Π}	3 ψ_{Π_L}	4 ψ_{Π_EXP}	5 ψ_{Π_POL}	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	21	27,32	24,7312	25,05309	28,0917					
2	22	26,84	25,8044	25,92213	25,9732					
3	28	30,83	32,2436	31,80734	31,3348					
4	27	30,13	31,1704	30,741	28,2897					
5	23	22,93	26,8776	26,82132	24,7153					
6	21	28,95	24,7312	25,05309	28,0917					
7	30	40,84	34,39	34,05229	40,0068					
8	29	33,49	33,3168	32,91068	35,2405					
9	26	25,92	30,0972	29,7104	26,1052					
10	25	25,14	29,024	28,71435	24,7813					

Рисунок 20 – Прогнозовані значення відгуку, розраховані згідно рівняння поліноміальної регресії

6.8 Розраховуємо квадрати відхилень вибірових значень від прогнозованих

Необхідно додати стовпець kv_1 до таблиці 8 (квадрат відхилень прогнозованого відгуку для лінійної моделі ψ_{Π_L}) і у вікні **Long Name (Повне ім'я)** редагованого стовпця внизу діалогового вікна записуємо формулу: $= (\psi_{\Pi} - \psi_{\Pi_L})^2$ і натискаємо **ОК**. На рисунку 21 наведена таблиця з даними розрахунку.

Додаємо стовпець kv_EXP до таблиці 8 (квадрат відхилень прогнозованого відгуку для експоненціальної моделі ψ_{Π_EXP}) і у вікні **Long Name (Повне ім'я)** редагованого стовпця внизу діалогового вікна записуємо формулу: $= (\psi_{\Pi} - \psi_{\Pi_EXP})^2$ і натискаємо **ОК** для виконання обчислення, на рисунку 22 наведена таблиця з даними розрахунку експоненціальної моделі.

Додаємо стовпець kv_POL до таблиці 8 (квадрат відхилень прогнозованого відгуку для поліноміальної моделі ψ_{Π_POL}) і у вікні **Long Name (Повне ім'я)** редагованого стовпця внизу діалогового вікна записуємо формулу: $= (\psi_{\Pi} - \psi_{\Pi_POL})^2$ і натискаємо **ОК**. На рисунку 23 наведена таблиця даних згідно з розрахунком.

Data: pr.1* (10v by 10c)

	1 U _д	2 Ψ_n	3 Ψ_{nL}	4 Ψ_{nEXP}	5 Ψ_{nPOL}	6 Kv L	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10			
1	21	27,32	24,7312	25,05309	28,0917	6,701885							
2	22	26,84	25,8044	25,92213	25,9732	1,072467							
3	28	30,83	32,2436	31,80734	31,3348	1,998265							
4	27	30,13	31,1704	30,741	28,2897	1,082432							
5	23	22,93	26,8776	26,82132	24,7153	15,58355							
6	21	28,95	24,7312	25,05309	28,0917	17,79827							
7	30	40,84	34,39	34,05229	40,0068	41,6025							
8	29	33,49	33,3168	32,91068	35,2405	0,029998							
9	26	25,92	30,0972	29,7104	26,1052	17,449							
10	25	25,14	29,024	28,71435	24,7813	15,08546							

Рисунок 21 – Таблиця даних з розрахованими квадратами відхилень прогнозованого відгуку для лінійної моделі

Data: pr.1* (10v by 10c)

	1 U _д	2 Ψ_n	3 Ψ_{nL}	4 Ψ_{nEXP}	5 Ψ_{nPOL}	6 Kv L	7 Kv EXP	8 Var8	9 Var9	10 Var10			
1	21	27,32	24,7312	25,05309	28,0917	6,701885	5,138882						
2	22	26,84	25,8044	25,92213	25,9732	1,072467	0,842479						
3	28	30,83	32,2436	31,80734	31,3348	1,998265	0,955199						
4	27	30,13	31,1704	30,741	28,2897	1,082432	0,373317						
5	23	22,93	26,8776	26,82132	24,7153	15,58355	15,14239						
6	21	28,95	24,7312	25,05309	28,0917	17,79827	15,18591						
7	30	40,84	34,39	34,05229	40,0068	41,6025	46,07306						
8	29	33,49	33,3168	32,91068	35,2405	0,029998	0,335614						
9	26	25,92	30,0972	29,7104	26,1052	17,449	14,36714						
10	25	25,14	29,024	28,71435	24,7813	15,08546	12,77601						

Рисунок 22 – Таблиця даних з розрахованими квадратами відхилень прогнозованого відгуку для експоненціальної моделі

Data: pr.1* (10v by 10c)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
	Uд	Ψ_n	Ψ_n_L	Ψ_n_{EXP}	Ψ_n_{POL}	Kv_L	Kv_EXP	Kv_POL	Var9	Var10										
1	21	27,32	24,7312	25,05309	28,0917	6,701885	5,138882	0,595521												
2	22	26,84	25,8044	25,92213	25,9732	1,072467	0,842479	0,751342												
3	28	30,83	32,2436	31,80734	31,3348	1,998265	0,955199	0,254823												
4	27	30,13	31,1704	30,741	28,2897	1,082432	0,373317	3,386704												
5	23	22,93	26,8776	26,82132	24,7153	15,58355	15,14239	3,187296												
6	21	28,95	24,7312	25,05309	28,0917	17,79827	15,18591	0,736679												
7	30	40,84	34,39	34,05229	40,0068	41,6025	46,07306	0,694222												
8	29	33,49	33,3168	32,91068	35,2405	0,029998	0,335614	3,06425												
9	26	25,92	30,0972	29,7104	26,1052	17,449	14,36714	0,034299												
10	25	25,14	29,024	28,71435	24,7813	15,08546	12,77601	0,128666												

Рисунок 23 – Таблиця з даними розрахунку для поліноміальної моделі

6.9 Обчислюємо суму квадратів відхилень для математичних моделей

У програмі **Statistics** обираємо опцію **Basic Statistics / Tables (Основні статистичні характеристики і таблиці)** – вкладка **Advanced (Додатково)**.

Визначаємо змінні: кнопка **Variables (kv_l, kv_exp, kv_pol)**, натискаємо **ОК**. Активуємо тільки одну опцію – **Sum (Підсумок)**. Суми квадратів відхилень запишуться у вигляді таблиці (рис. 24).

Workbook2* - Descriptive Statistics (pr.1)

Variable	Descriptive Statistics (pr.1)																			
	Sum	Minimum	Maximum																	
Kv_L	118,4038	0,029998	41,60250																	
Kv_EXP	111,1900	0,335614	46,07306																	
Kv_POL	12,8338	0,034299	3,38670																	

Рисунок 24 – Підсумки квадратів відхилень

6.10 Проаналізувати створені математичні моделі і обрати модель, яка найточніше характеризує експериментальну залежність коефіцієнта втрат порошкового дроту від напруги на дузі

Для аналізу доцільно виконати розрахунок прогнозованих значень відгуку, визначення області прогнозованих значень для всіх створених моделей (лінійної, експоненціальної, поліноміальної). Для виконання обчислень активуємо заповнену електронну таблицю даних: **Statistcs – Basic Statistics / Tables (Основні статистичні характеристики і таблиці)** і відкриваємо вкладку **Advanced (Додатково)**, виконуємо розрахунки аналогічно до п. 6.2.

Таблиця з розрахованими показниками приведена на рисунку 25.

Variable	Descriptive Statistics (pr.1)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
U _д	10	25,20000	21,00000	30,00000	3,32666
Ψ _п	10	29,23900	22,93000	40,84000	5,08944
Ψ _п L	10	29,23864	24,73120	34,39000	3,57017
Ψ _п EXP	10	29,07857	25,05309	34,05229	3,29363
Ψ _п POL	10	29,26302	24,71530	40,00680	4,95205
K _в L	10	11,84038	0,03000	41,60250	12,78765
K _в EXP	10	11,11900	0,33561	46,07306	13,92134
K _в POL	10	1,28338	0,03430	3,38670	1,35704

Рисунок 25 – Основні статистичні характеристики створених моделей

Отримано в результаті розрахунків три математичні моделі:

- $\Psi_{п} = 2,1940 + 1,0732 * U_{д}$ – лінійна;
- $\Psi_{п} = 12,2423 * \exp(0,0341 * U_{д})$ – експоненціальна;
- $\Psi_{п} = 271,3788 - 20,6214 * U_{д} + 0,4303 * U_{д}^2$ – поліноміальна.

Аналізуючи дані рисунку 24 бачимо, що сума квадратів відхилень для поліноміальної моделі найменша (12,8338), отже, з трьох створених математичних моделей найбільш оптимальною є **поліноміальна модель**.

Висновки

1 Найбільш оптимальна математична модель – **поліноміальна**, яка найточніше описує залежність коефіцієнта втрат порошкового дроту від напруги на дузі:

$$\Psi_{п} = 271,3788 - 20,6214 * U_{д} + 0,4303 * U_{д}^2.$$

2 Прогнозована область коефіцієнта втрат порошкового дроту Ψ_{Π} дорівнює 24,71530...40,00680, це говорить про те, що при підвищенні режимів зварювання, зокрема напруги на дузі, збільшується коефіцієнт втрат порошкового дроту Ψ_{Π} .

3 При виборі інших моделей створюється помилкове уявлення про те, що при підвищенні режимів зварювання, зокрема напруги на дузі, коефіцієнт втрат порошкового дроту Ψ_{Π} трохи зростає.

У Додатку Б наведені варіанти завдань до практичної роботи № 1.

7 ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

Створення математичної моделі 2-го порядку (з використанням програми Statistica)

Мета практичної роботи: навчитися планувати експеримент, виконувати статистичні розрахунки обробки результатів експерименту, створювати математичну модель 2-го порядку

Завдання до практичної роботи:

- навчитися будувати план експерименту;
- навчитися аналізувати отримані дані;
- визначити коефіцієнти математичної моделі;
- виконати аналіз статистичної значущості коефіцієнтів математичної моделі;
- побудувати графік і отримати рівняння математичної моделі;
- оцінювати адекватність моделі;
- проаналізувати створену математичну модель.

Приклад 1

Створити математичну модель впливу напруги на дузі U_d , температури попереднього підігріву виробу T_{II} на ширину наплавленого зварювального валика B . Виконували наплавлення порошковим дротом діаметром 3 мм. Із технологічних міркувань обрано таку область досліджень:

$$U_d = 21\text{--}27 \text{ В}, T_{II} = 50\text{--}350^\circ\text{C}.$$

Прийняті поєднання рівнів факторів наведені в таблиці 9.

Таблиця 9 – Умови і результати експерименту

№ досліда	фактор	фактор	відгук
	$X_1 (U_d)$, В	$X_2 (T_H)$, °С	$Y (B)$, мм
1	21	50	9,02
2	22	80	9,12
3	23	120	10,11
4	24	150	10,13
5	25	200	12,93
6	26	250	14,95
7	27	280	16,12
8	22	300	13,49
9	24	350	15,92
10	26	320	14,14

7.1 Побудова плану-матриці експерименту

Найчастіше при створенні математичних моделей технології зварювального виробництва застосовують центральні композиційні плани (розділ 5).

План-матрицю експерименту можна набрати «вручну» тобто заповнити дані в таблицю плану-матриці експерименту, а можна скористатися програмою **Statistica** [9].

У меню **Statistics** обираємо вкладку **Industrial Statistics & Six Sigma** (Індустріальна статистика Сигма шість) на ній обираємо вкладку **Experimental Design (DOE)** (Експериментальний проект) (рис. 26). Потім працюємо з вікном, що з'явилося на екрані монітора.

У вікні **Design & Analysis of Experiments**, що з'явилося, обираємо **Central composite, non-factorial, surface designs** (Центральні композиційні плани, плани, нефакторіальні, поверхні відгуку) (рис. 27).

Відкриється вікно **Design & Analysis of Central Composite (Response Surface) Experiments** (План і аналіз центрального композиційного плану), вкладка **Design experiment** (План експерименту) (рис. 27).

Обираємо **Standard design** (Проект плану) і рядок **2 / 1 / 10** у полі **Factors / blocks / runs** (фактори / блоки / дослідів). Два фактори, один блок, десять дослідів.

Програма Статистика може працювати з планами, що мають до 8 факторів. Після чого натискаємо кнопку **OK**.

З'явиться вікно **Design of a Central Composite (Response Surface) Experiment** (Центральний композиційний план експерименту для поверхні відгуку) (рис. 29).

У полі **Order of runs** (Порядок проведення експериментів) указуємо тип плану: стандартний або рандомізований (див. розділ 5).

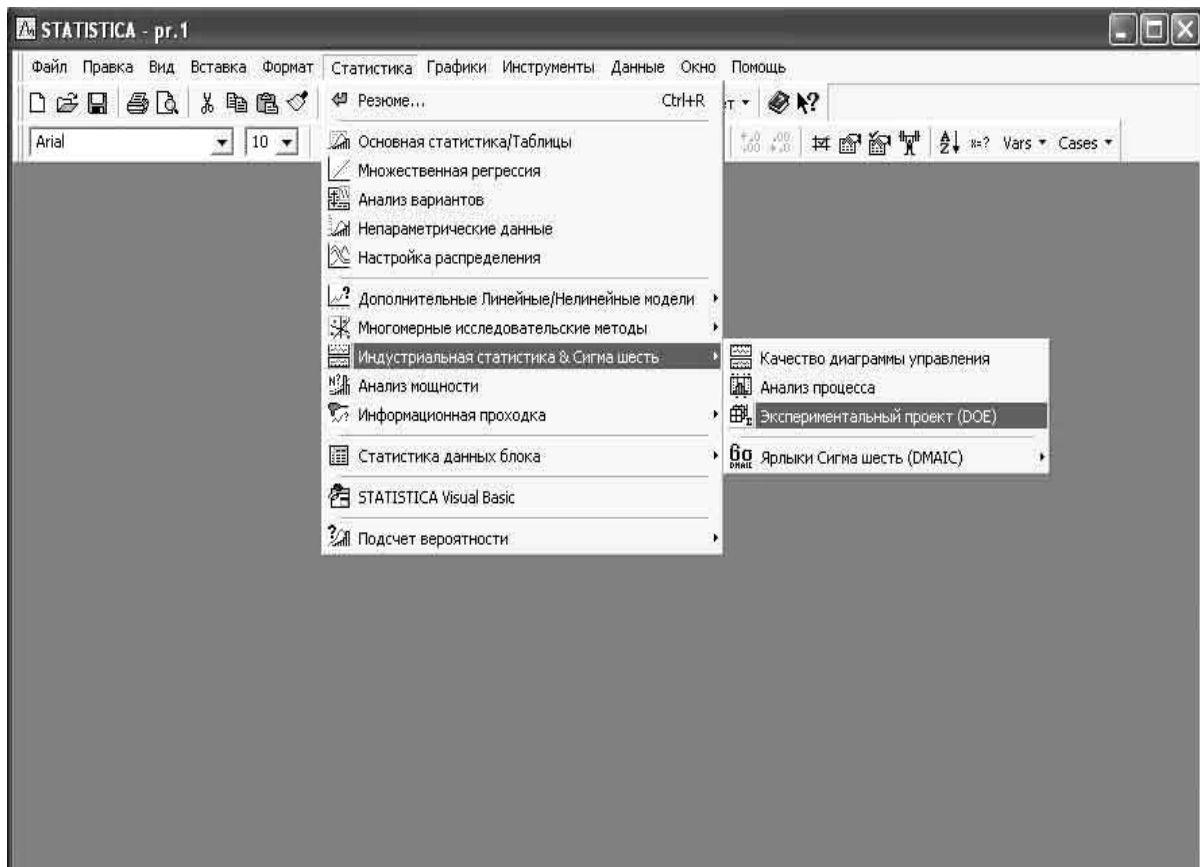


Рисунок 26 – Індустріальна статистика Сігма шість – Експериментальний проект

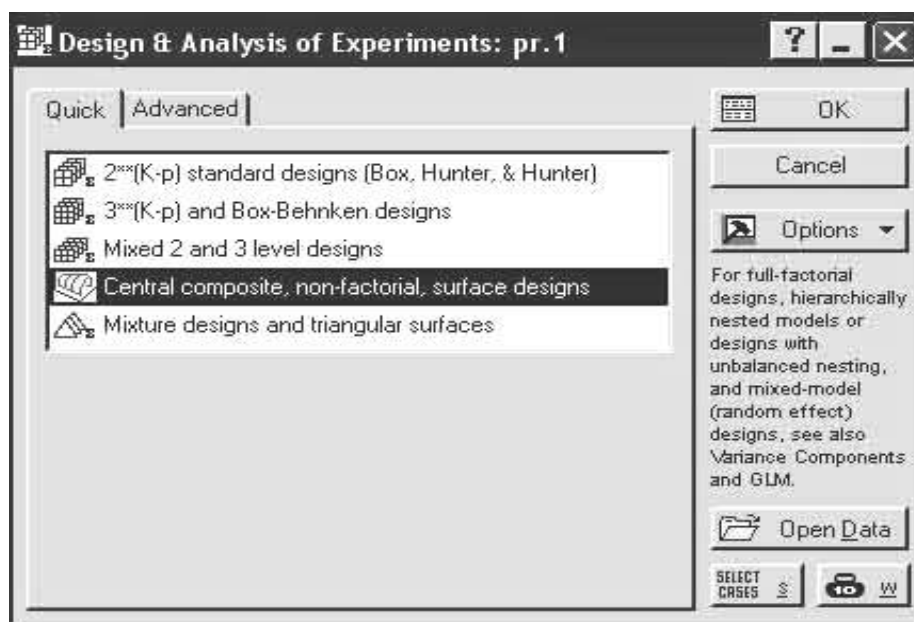


Рисунок 27 – Вкладка центральні композиційні плани

Натискаємо кнопку **Change factor names, values (Імена чинників, значення)** і заповнюємо таблицю відповідно до початкових даних в діалоговому вікні **Summary for Variables (Підсумки для змінних)** так, як показано на рисунку 30, натискаємо кнопку **Ok**.

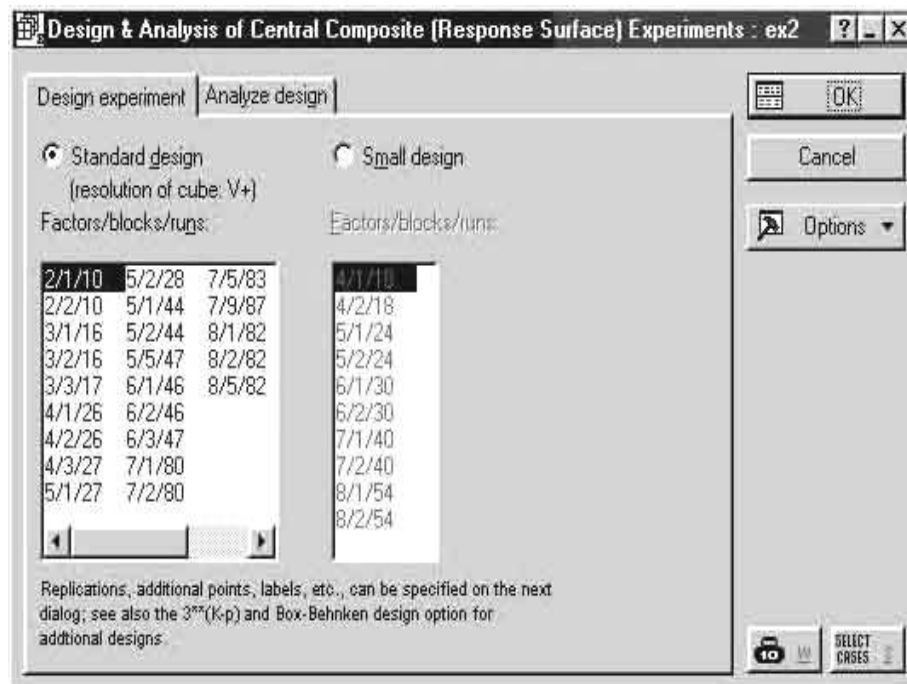


Рисунок 28 – План експерименту

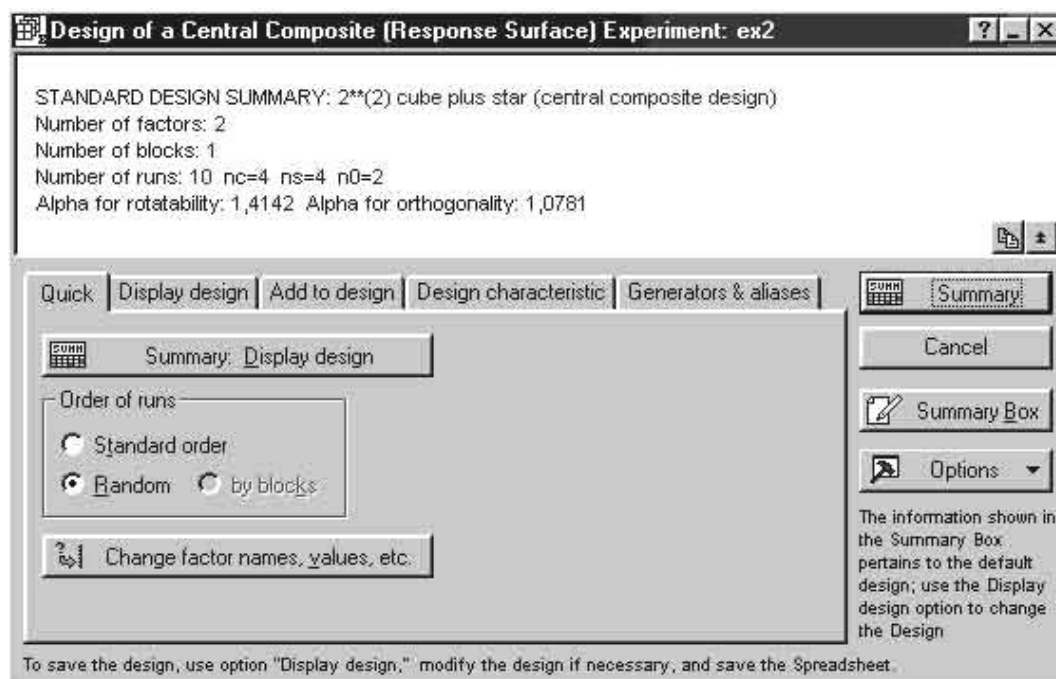


Рисунок 29 – Центральний композиційний план експерименту для поверхні відгуку

Далі обираємо опції для налагодження відображення плану так, як показано на рисунках 31, 32.

У вікні програми записані обрані показники:

- центральний композиційний план експерименту фактора типу 2^2 ;
- кількість факторів – 2;
- кількість блоків – 1;
- кількість експериментів – 10;

- коефіцієнт ротатабельності – 1,4142;
- коефіцієнт ортогональності – 1,0781;
- фактори іменні;
- порядок проведення експериментів рандомізований;
- показ на графіці мінімуму і максимуму.

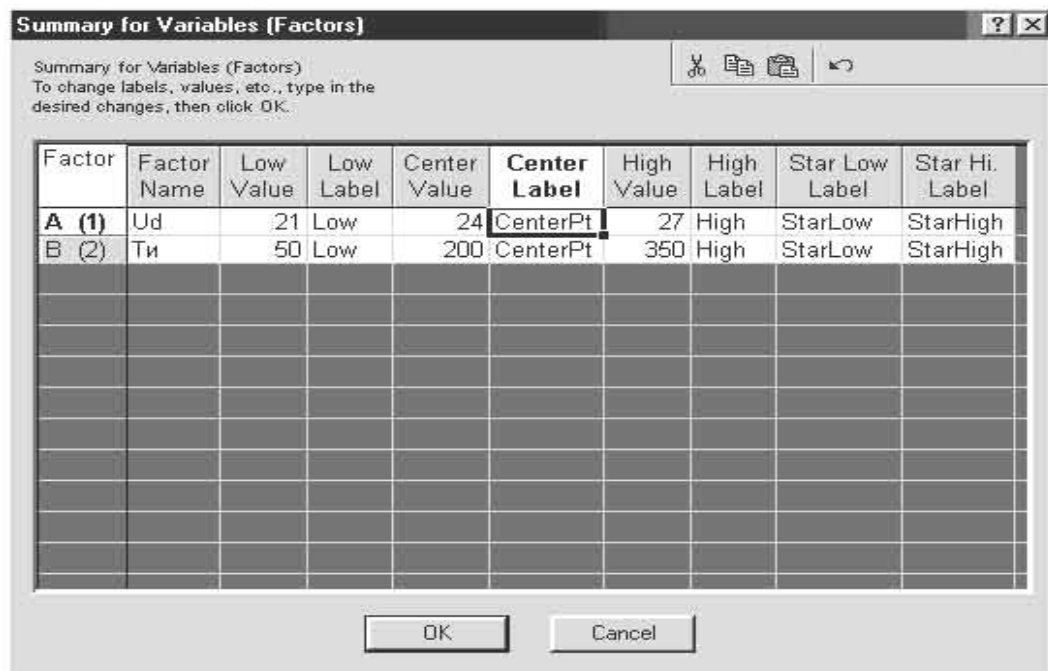


Рисунок 30 – Підсумок для змінних

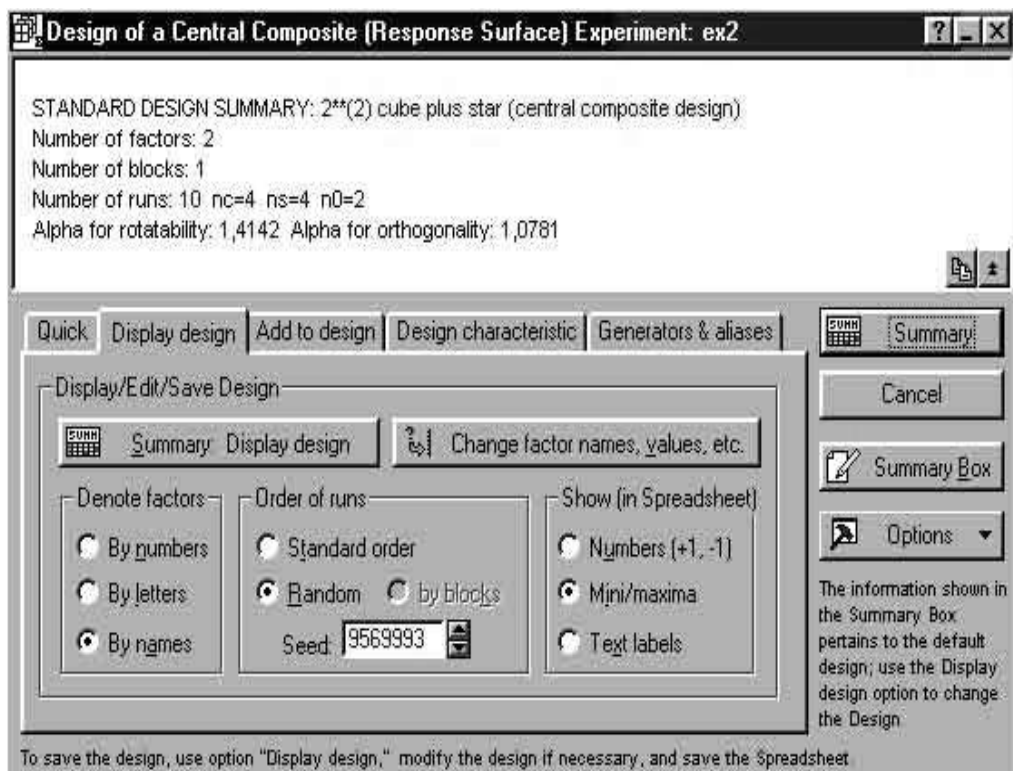


Рисунок 31 – Опції для налагодження відображення плану

Data: факторн_експер(данни)* (10v by 10c)										
	1 Uд	2 Ti	3 B	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	27,00000	50,0000	10,8							
2	21,00000	50,0000	9,12							
3	24,00000	38,2865	9,3							
4	21,00000	350,0000	11,32							
5	27,23427	200,0000	12,93							
6	27,00000	350,0000	16,28							
7	24,00000	200,0000	12,21							
8	20,76573	200,0000	11,85							
9	24,00000	361,7135	16,88							
10	24,00000	200,0000	12,14							

Рисунок 34 – Таблиця даних з результатами експерименту

7.2 Аналіз результатів експерименту

У діалоговому вікні **План експерименту** натиснемо кнопку **Cancel**. Повернемося у вікно **Центральні композиційні плани** (рис. 28). Оберемо тепер другу вкладку – **Analyze design (Аналіз плану)** (рис. 35).

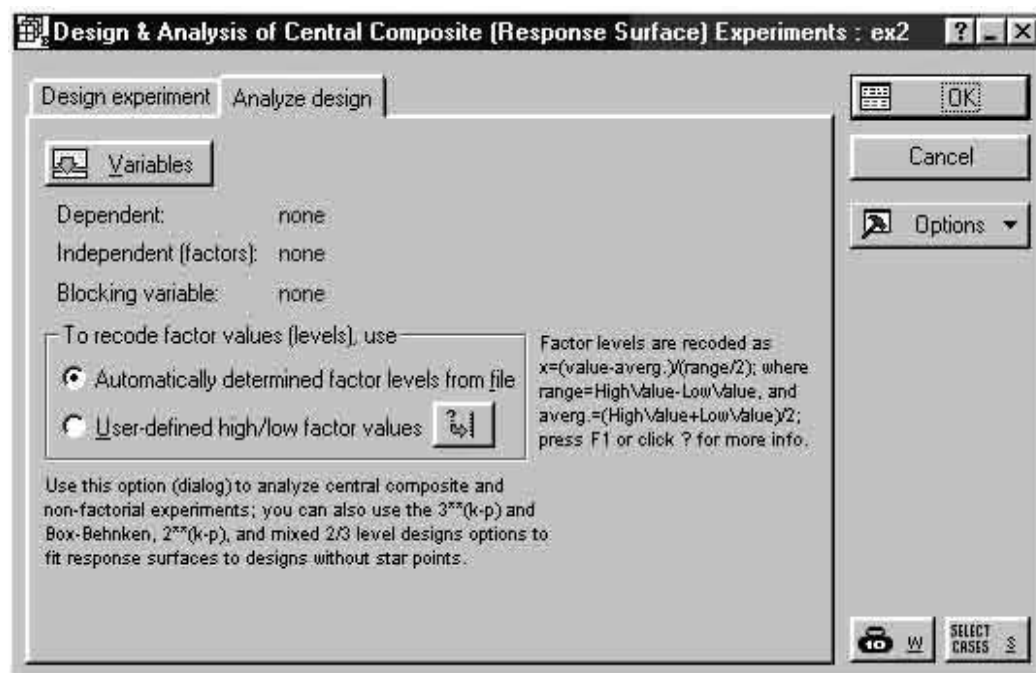


Рисунок 35 – Аналіз плану

Натискаємо кнопку **Variables (Змінні)**. Вказуємо залежне змінне значення (**Dependent**) – **В**, як незалежні (**Independent factors**) змінні – **Уд**, **Ти**, натискаємо клавішу **Ok** (рис. 36).

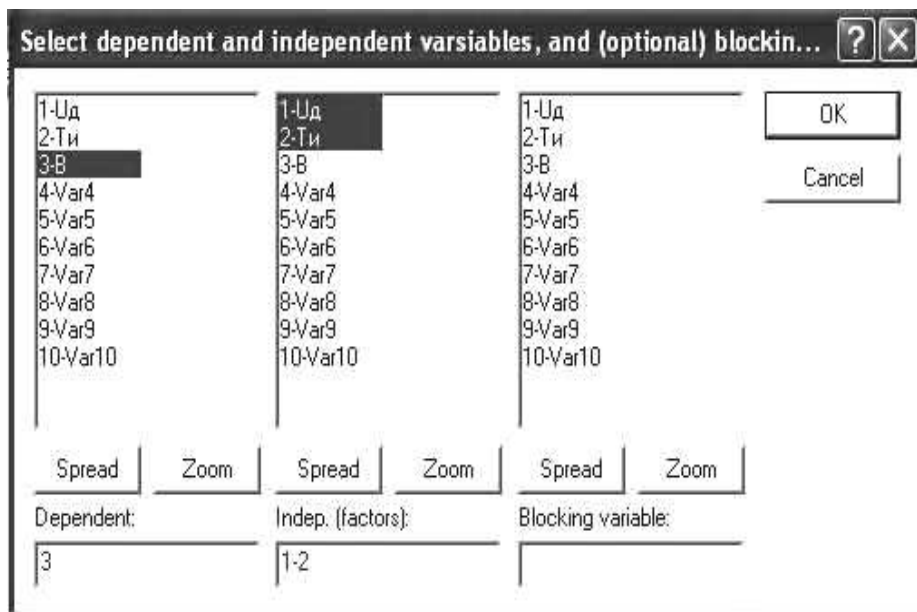


Рисунок 36 – Введення змінних

У полі **To recode factor values use (Використовувати значення для перекодування)** залишимо прийняте за умовчанням положення **Automatically determined factor level from file (Автоматичне визначення рівнів чинників з файлу даних)**, натискаємо клавішу **Ok**.

На екрані з'явиться вікно системи **Statistica** для аналізу центрального композиційного експерименту (рис. 37), яке містить 9 вкладок.

На вкладці **Model(модель)** вибираємо опцію **Lin/quad main eff/ +2-ways (головні лінійні/ квадратичні ефекти і 2 взаємодії)** і опцію **SS Residual (Залишкова сума квадратів)**.

Переходимо на вкладку **ANOVA / Effects (Ефекти)** (рис. 38), натискаємо кнопку **ANOVA table (таблиці)** (рис. 38). Результат отримаємо у вигляді таблиці (рис. 39).

Аналізуємо результати розрахунку – статистично значущі ефекти (**рівень $p < 0,05$**) має один лінійний член (2) **Ти L** (рис. 39). Розрахована величина достовірності апроксимації (**$R - sq_r = 0,88847$**) – загальна якість моделі добра.

Для того, щоб визначити, наскільки добре модель описує експериментальні дані, використовуватимемо тест **lack-of-fit (втрати згоди)**.

Повернемося до діалогового вікна результатів аналізу (рис. 37) і встановимо опцію **Pure Error (Чиста помилка)**.

Переходимо на вкладку **ANOVA / Effects**, натискаємо кнопку **ANOVA table (Таблиця)** (рис. 37).

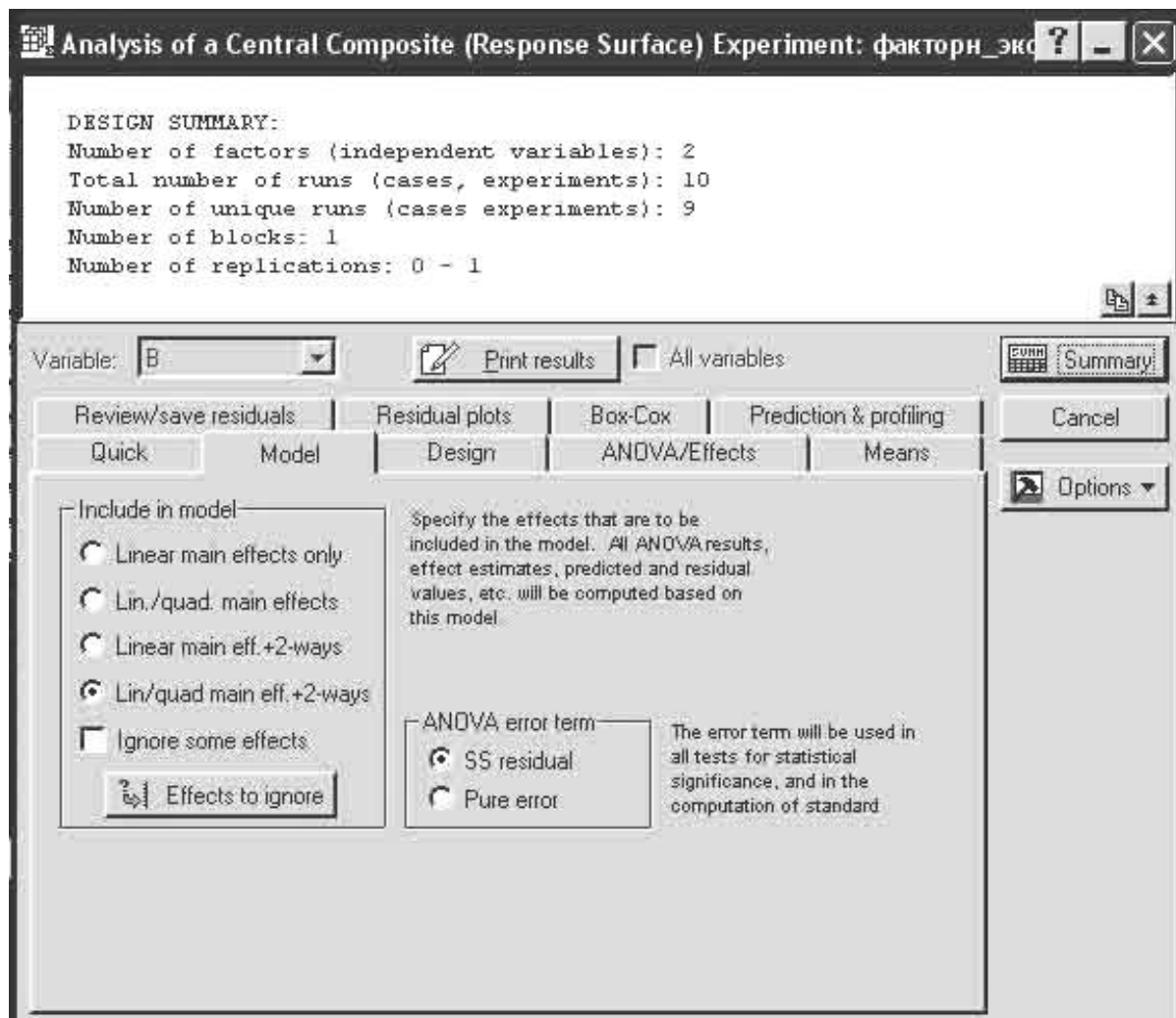


Рисунок 37 – Аналіз експерименту, вкладка - модель

У результаті розрахунку в програмі **Statistica** в таблицю **результатів розрахунку** (рис. 39) додаються рядки значення втрати погодження і чистої помилки (рис. 40).

При аналізі таблиці очевидно, що **p**-значення використаного додаткового тесту більше **0,05**, це означає, що математична модель представляється адекватною для опису відгуку.

Після чого будуюмо імовірнісний графік та визначаємо статистичну значущість впливу факторів, які беруть участь у експерименті.

Для подальшої роботи встановлюємо знову опцію **SS Residual** (Залишкова сума квадратів).

Розглянемо тепер імовірнісний графік. На вкладці **ANOVA/Effects** натискаємо кнопку **Normal probability plot** (рис. 41). З графіка (рис. 41) бачимо, що лінійний член з міткою **L** знаходиться збоку від лінії нормального розподілу, що вказує на статистичну значущість його впливу на відгук і є графічним підтвердженням розрахункових даних. (рис. 39).

Розглянемо також карту Парето. З допомогою цієї карти ми визначаємо значущість ефектів, що дають фактори, які ми досліджуємо.

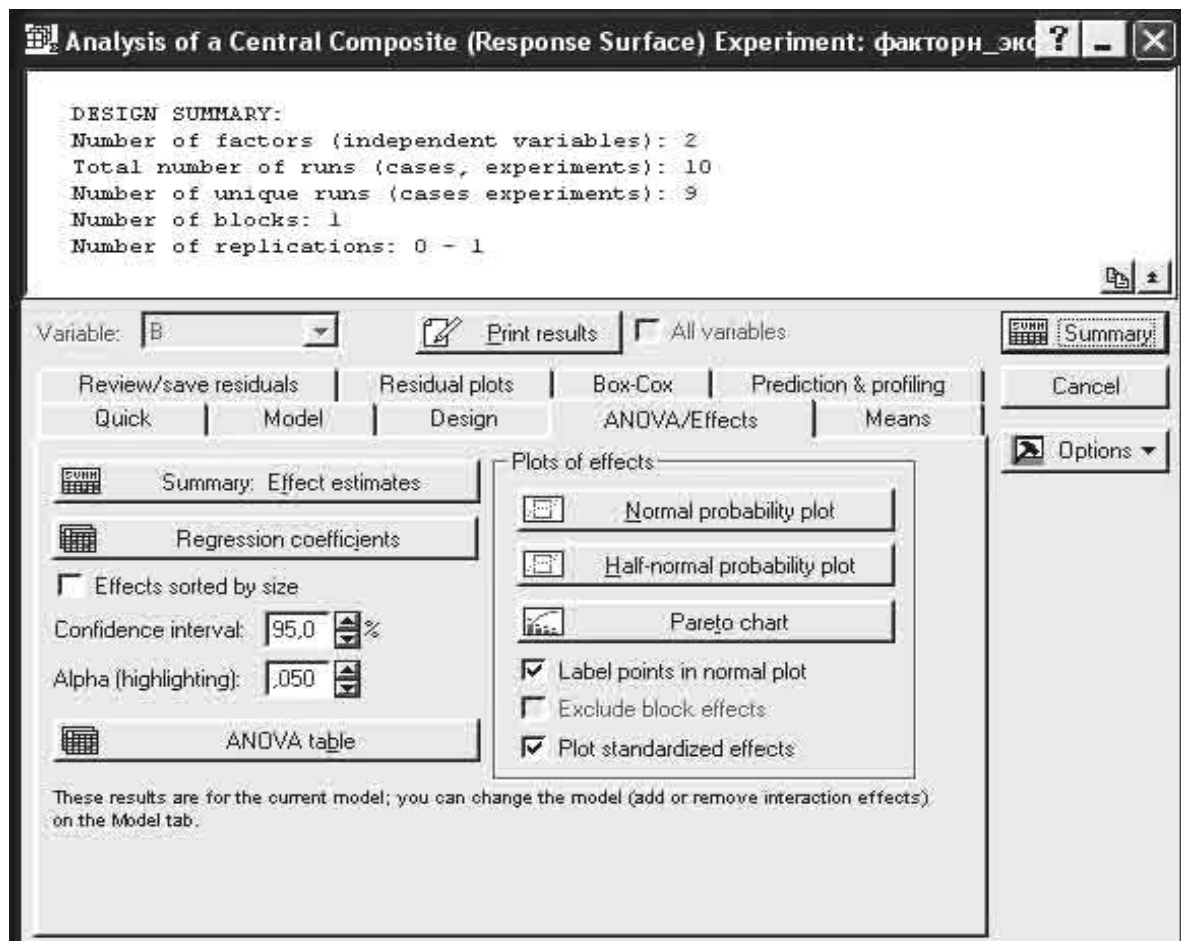


Рисунок 38 – Аналіз експерименту, вкладка ANOVA table (таблиці)

ANOVA, Var.:B; R-sqr=.88847; Adj.:74907 (факторн_експер(, 2 factors, 1 Blocks, 10 Runs; MS Residual=2,000818
 DV: B

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)Uд(L)	7,08574	1	7,08574	3,54142	0,132994
Uд(Q)	4,87891	1	4,87891	2,43846	0,193419
(2)Ти (L)	45,49043	1	45,49043	22,73591	0,008852
Ти (Q)	1,48566	1	1,48566	0,74253	0,437447
1L by 2L	4,81803	1	4,81803	2,40803	0,195663
Error	8,00327	4	2,00082		
Total SS	71,76204	9			

ANOVA, Var.:B; R-sqr=.88847; Adj.:74907 (факторн_експер(данние))

Рисунок 39 – Результати розрахунку

ANOVA, Var.:B; R-sqr=.88847; Adj.:.74907 (факторн_експер(данные))					
2 factors, 1 Blocks, 10 Runs; MS Pure Error=4,11845					
DV: B					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)Уд(L)	7,08574	1	7,08574	1,72049	0,414682
Уд(Q)	4,87891	1	4,87891	1,18465	0,473064
(2)Ти (L)	45,49043	1	45,49043	11,04552	0,186066
Ти (Q)	1,48566	1	1,48566	0,36073	0,655673
1L by 2L	4,81803	1	4,81803	1,16986	0,475056
Lack of Fit	3,88482	3	1,29494	0,31442	0,827467
Pure Error	4,11845	1	4,11845		
Total SS	71,76204	9			

Рисунок 40 – Дані розрахунку чистої помилки і втрати погодженості

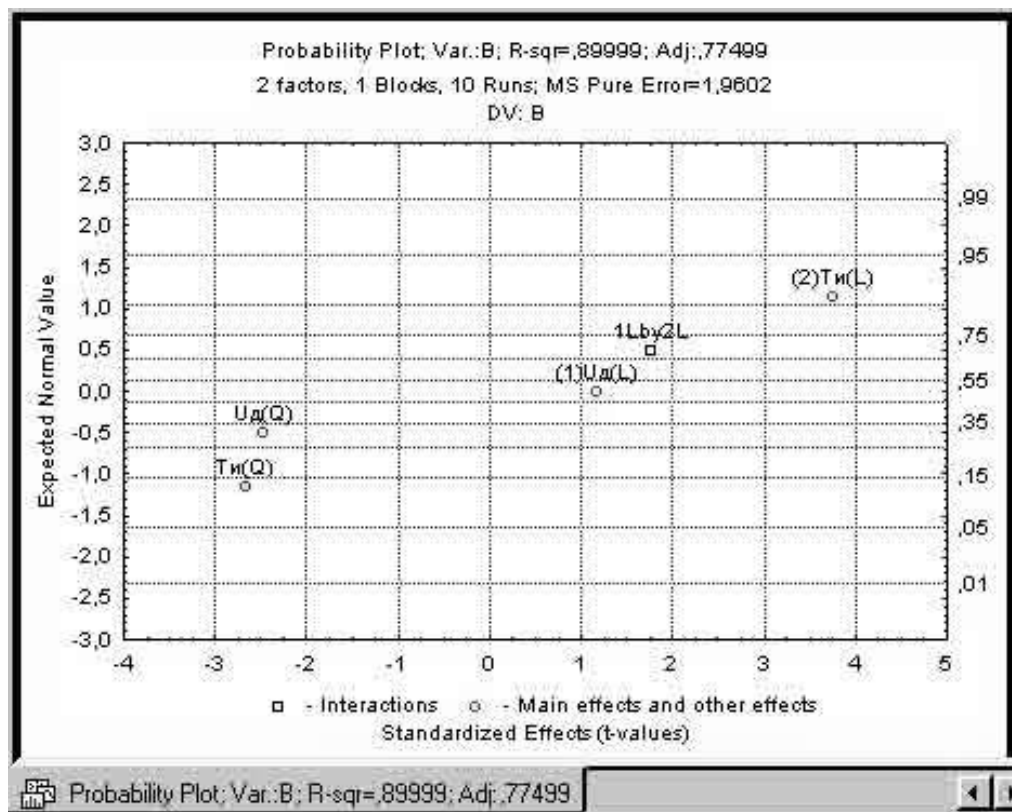


Рисунок 41 – Імовірнісний графік

На вкладці **ANOVA / Effects** натискаємо кнопку **Pareto chart** та отримуємо графік у вигляді діаграм (рис. 42).

Аналізуючи карту Парето, бачимо, що члени рівняння математичної моделі дають **незначущі ефекти, окрім лінійного (2) Тi L**. Відповідна йому колонка **перетинає вертикальну лінію, яка представляє 95%-ий інтервал довірчої вірогідності**.

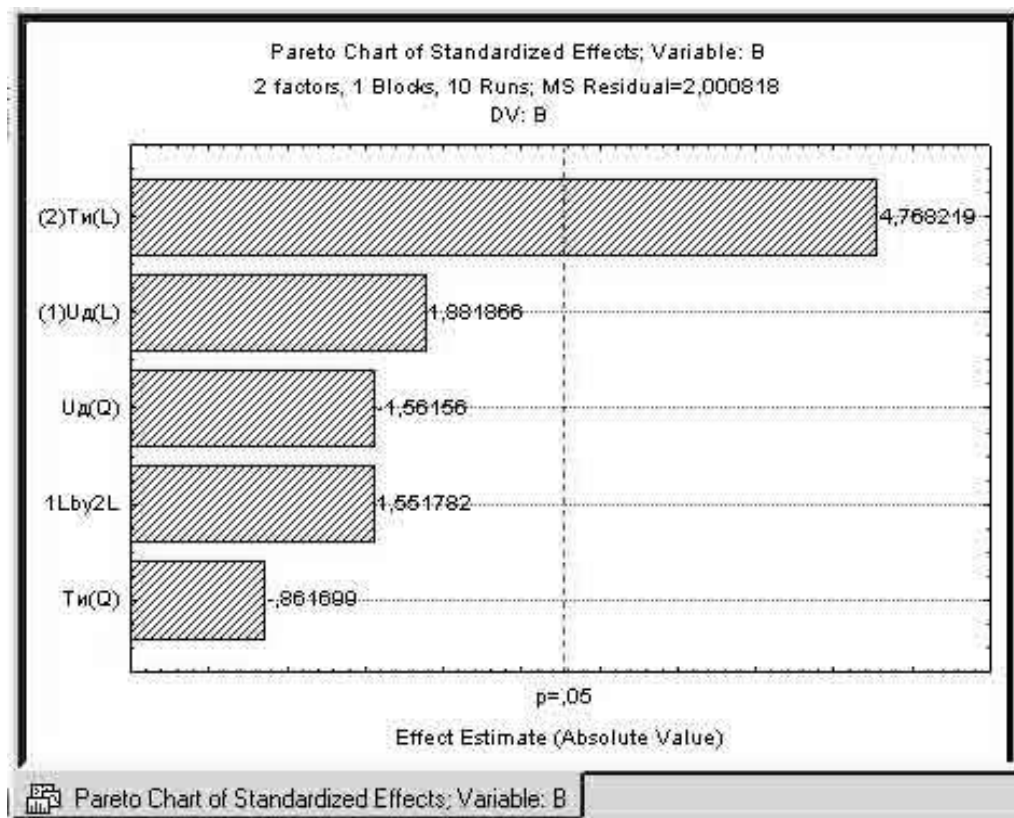


Рисунок 42 – Карта Парето

7.3 Розрахунок коефіцієнтів регресії і побудова математичної моделі

Визначимо коефіцієнти шуканої математичної моделі. На вкладці **ANOVA / Effects** натискаємо кнопку **Regression coefficients. (Коефіцієнти регресії)**. Результат отримуємо у вигляді таблиці (рис. 43).

У таблиці (рис. 43) є такі дані: **R – sqr = 0,88847** (Коефіцієнт достовірності апроксимації), **Std.Err** (Стандартна помилка), **t(4)** (Спостережуване значення критерію Стюдента), **p** (Значущість α -гіпотези за критерієм Стюдента) **+95%...-95%** (Довірчий інтервал для регресійних коефіцієнтів).

Отримали **математичну модель** впливу напруги на дузі **U_д**, температури попереднього підігріву виробу **T_и** на ширину наплавленого зварювального валика **В**:

$$\text{Врасч} = -73,8739 + 7,032 \cdot U_{\text{д}} - 0,1493 \cdot U_{\text{д}}^2 - 0,0275 \cdot T_{\text{и}} + 0,0024 \cdot U_{\text{д}} \cdot T_{\text{и}}.$$

Додамо до таблиці даних з результатами експерименту (рис. 34) четвертий стовпчик **Врасч** з розрахунковими даними, розрахованими за допомогою математичної моделі. Розрахунок виконуємо аналогічно (п. 6.4) тобто подвійним клацанням миші по імені стовпця входимо у вікно редагування стовпця. У вікні **Long Name (Повне ім'я)** внизу діалогового вікна записати формулу математичної моделі

$$= -73,8739 + 7,032 \cdot U_D - 0,1493 \cdot U_D^2 - 0,0275 \cdot T_H + 0,0024 \cdot U_D \cdot T_H$$

і натиснути **ОК**. У стовпці **Врасч** з'являться значення відгуку, розраховані за рівнянням математичної моделі для всіх факторів. Отримані значення наведені на рисунку 44.

Regr. Coefficients, Var.: B; R-sqr=.88847; Adj.:.74907 (факторн_експер(данные))						
2 factors, 1 Blocks, 10 Runs; MS Residual=2,000818						
DV: B						
Factor	Regressn Coeff.	Std. Err.	t(4)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Inter.	-73,8739	55,24993	-1,33709	0,252168	-227,272	79,52447
(1)U _д (L)	7,0320	4,60420	1,52730	0,201399	-5,751	19,81532
U _д (Q)	-0,1493	0,09562	-1,56156	0,193419	-0,415	0,11616
(2)T _и (L)	-0,0275	0,04088	-0,67204	0,538378	-0,141	0,08602
T _и (Q)	-0,0000	0,00004	-0,86170	0,437447	-0,000	0,00007
1L by 2L	0,0024	0,00157	1,55178	0,195663	-0,002	0,00680

Рисунок 43 – Коефіцієнти регресії (рівняння математичної моделі)

Data: факторн_експер(данные)* (10v by 10c)										
	1 U _д	2 T _и	3 B	4 Врасч	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1	27,00000	50,0000	10,8	9,0154						
2	21,00000	50,0000	9,12	9,1018						
3	24,00000	38,2865	9,3	10,04972						
4	21,00000	350,0000	11,32	15,9718						
5	27,23427	200,0000	12,93	14,47331						
6	27,00000	350,0000	16,28	20,2054						
7	24,00000	200,0000	12,21	14,9173						
8	20,76573	200,0000	11,85	12,23778						
9	24,00000	361,7135	16,88	19,78488						
10	24,00000	200,0000	12,14	14,9173						

Рисунок 44 – Розрахункові значення відгуку

З аналізу даних (рис. 44) видно, що розрахункові значення сильно відрізняються від експериментальних значень. Це означає, що отримані експериментальні значення не зовсім коректні і не зовсім достовірні.

Визначимо тепер область значень факторів, в якій значення відгуку **В** є максимальним (або мінімальним). Для цього краще всього використувати графік поверхні відгуку.

На вкладці (рис. 38) Аналіз експерименту обираємо вкладку **Quick** і натискаємо кнопку **Fitted response surface (Поверхня відповідності відгуку)** у результаті отримаємо графічне зображення поверхні відгуку. На рисунку 45 наведена поверхня відгуку математичної моделі.

Видно, що вона проходить через експериментальні точки (рис. 45). Ця поверхня має максимум, що дорівнює приблизно 16,5.

Для детальнішого розгляду області максимуму доцільно розглянути контурний графік – кнопка **Fitted response profiles** на вкладці **Quick**. На рисунку 46 представлений контурний графік залежності відгуку від заданих факторів.

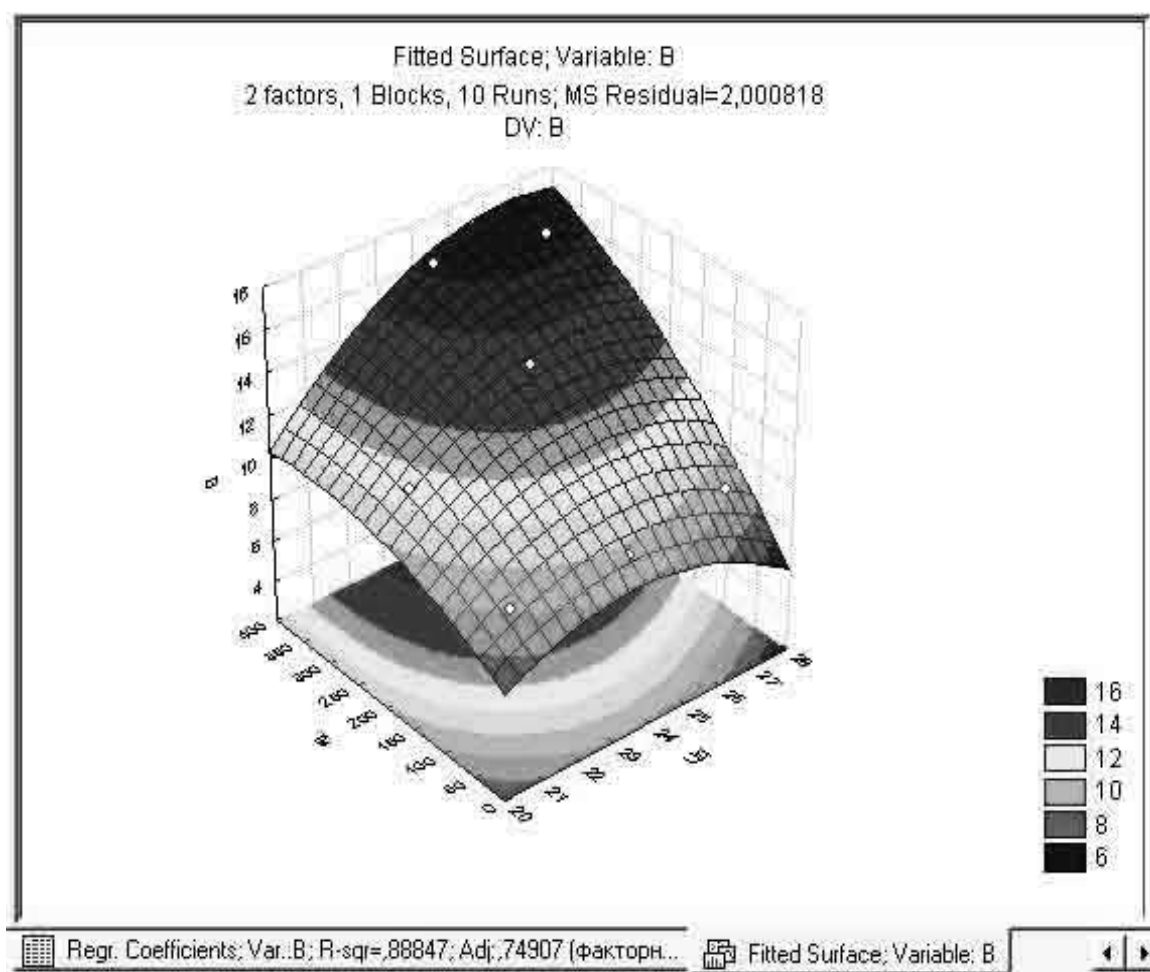


Рисунок 45 – Поверхня відгуку

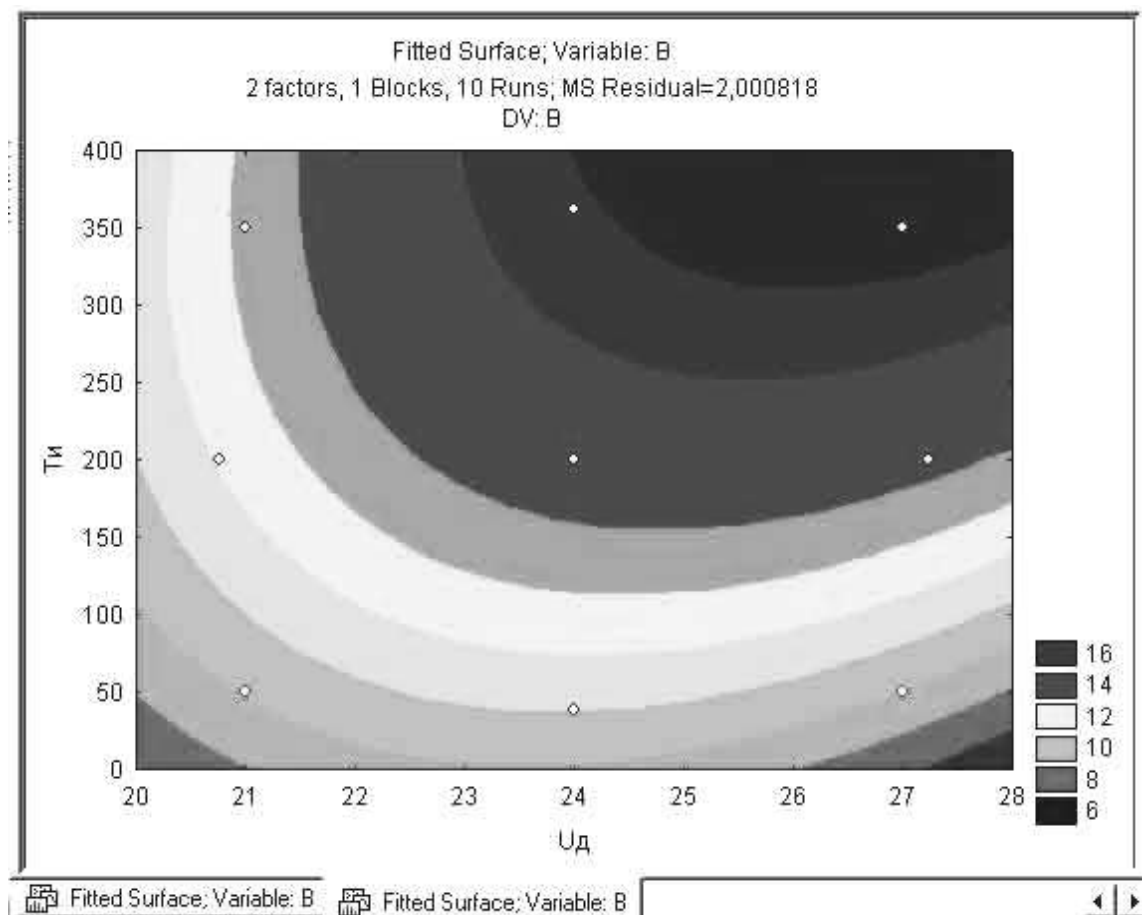


Рисунок 46 – Контурний графік

Висновки

1 Створена математична модель впливу напруги на дузі, температури попереднього підігріву на ширину наплавленого зварювального валика.

2 Аналіз математичної моделі дозволяє без проведення додаткових експериментів прогнозувати значення відгуку від заданих чинників.

3 Встановлено, що деякі експериментальні дані факторів не зовсім коректні і відповідають розрахунковим. Це може говорити про те, що дані експерименту необхідно уточнити.

4 Для підвищення значущості коефіцієнтів регресії можна обрати рівняння регресії вищого ступеня, припустимо регресійне рівняння третього ступеня.

5 Можна відзначити, що при значеннях чинників **Uд** більших від **25 В** і **Тп** більших від **250°C** найбільша ширина наплавленого валика зварного шва.

8 ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

Математичне моделювання засобом симплексно-гратчастого планування (з використанням програми Statistica)

При створенні й вдосконаленні зварювальних матеріалів (електродів, порошкових дротів, порошкових стрічок, флюсів), де є декілька компонентів, від яких залежать зварювальний-технологічні властивості матеріалів і властивості зварного шва або наплавленого металу зручно користуватися симплексно-гратчастим плануванням з побудовою відповідних графіків залежностей досліджуваних компонентів, тому ця практична робота присвячена математичному моделюванню технології зварювального виробництва з використанням симплексно-гратчастого планування.

Мета практичної роботи: навчитися виконувати статистичні розрахунки обробки результатів експерименту, створювати математичну модель шляхом симплексно-гратчастого планування.

Завдання до практичної роботи:

- навчитися будувати план експерименту;
- навчитися аналізувати отримані дані;
- визначення коефіцієнтів математичної моделі;
- виконати аналіз статистичної значущості коефіцієнтів математичної моделі;
- побудувати графік і рівняння математичної моделі;
- оцінювати адекватність моделі;
- проаналізувати створену математичну модель.

Приклад 1

Створити математичну модель залежності стійкості горіння зварювальної дуги від шлакового складу порошкового дроту (плавиковий шпат, карбонатний шлам, перовскіт.)

Відгук (1) – стійкість горіння зварювальної дуги (**S**, мм).

Фактори (3) – шлаковий склад: плавиковий шпат – **Ps**, %, карбонатний шлам – **Ks**, %, перовскіт – **P**, %. У таблиці 10 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

У меню **Statistics** обираємо вкладку **Industrial Statistics & Six Sigma** (Індустріальна статистика Сигма шість), на ній обираємо вкладку **Experimental Design (DOE)** (Експериментальний проект) (рис. 47). Потім працюємо з вікном, що з'явилося.

У вікні **Design & Analysis of Experiments** (План і аналіз експериментів), що з'явилося, обираємо опцію **Mixture designs and triangular surfaces** (Плани для сумішей і триангулярні поверхні) (рис. 48), оскільки компоненти, виражені в долях, у підсумку повинні дорівнювати 1. Натискаємо кнопку **Ok**.

Таблиця 10 – Експериментальні дані

Дослід	Плавиковий шпат Ps, %	Карбонатний шлам Ks, %	Перовскіт Р, %.	S, мм
1	1	0	0	8,6
2	0,5	0,5	0	12,4
3	0	1	0	10,8
4	0	0,5	0,5	15,8
5	0	0	1	14,2
6	0,5	0	0,5	13,6
7	0,33	0,33	0,34	17,0
8	0,50	0,25	0,25	15,6
9	0,25	0,50	0,25	16,2
10	0,25	0,25	0,50	17,2

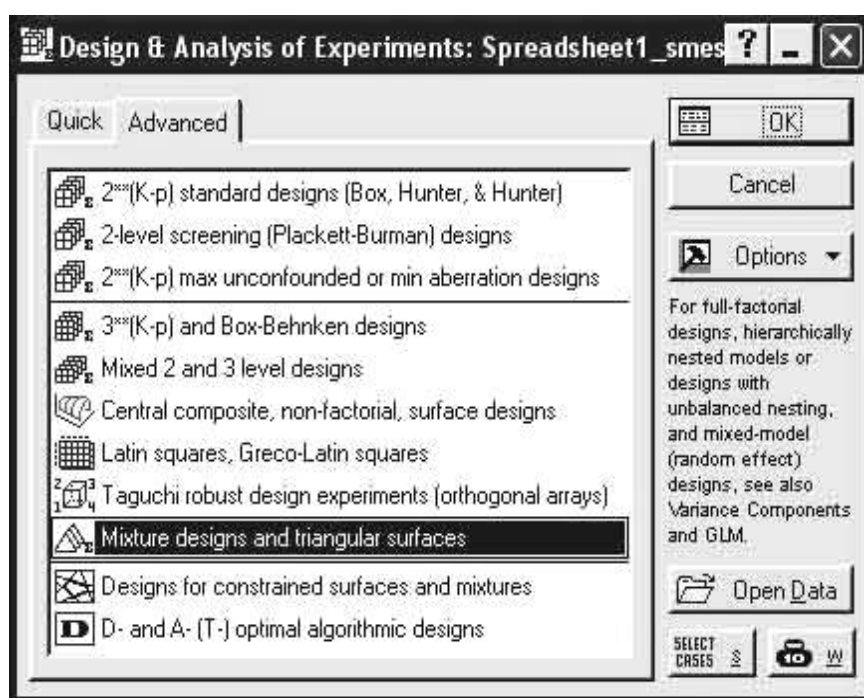


Рисунок 47 – План і аналіз експериментів

Відкриється вікно **Design & Analysis of Mixture Experiments**, вкладка **Design experiment** (рис. 47). У ньому обираємо опцію **Simplex-centroid designs** (Симплекс-центроїдний план) (рис. 49), вводимо 3 в поле **Number or factors** (Число чинників) і виділяємо опцію **Augment with interior points** (Доповнити внутрішніми точками). Потім натискаємо кнопку **Ok**.

З'явиться діалогове вікно **Design & Analysis of Mixture Experiments** (План експериментів для суміші).

Натискаємо кнопку **Change factor names, values** (Змінити імена факторів, значень) і заповнюємо таблицю відповідно до початкових даних у діалоговому вікні так, як показано на рисунку 50, натискаємо **Ok**.

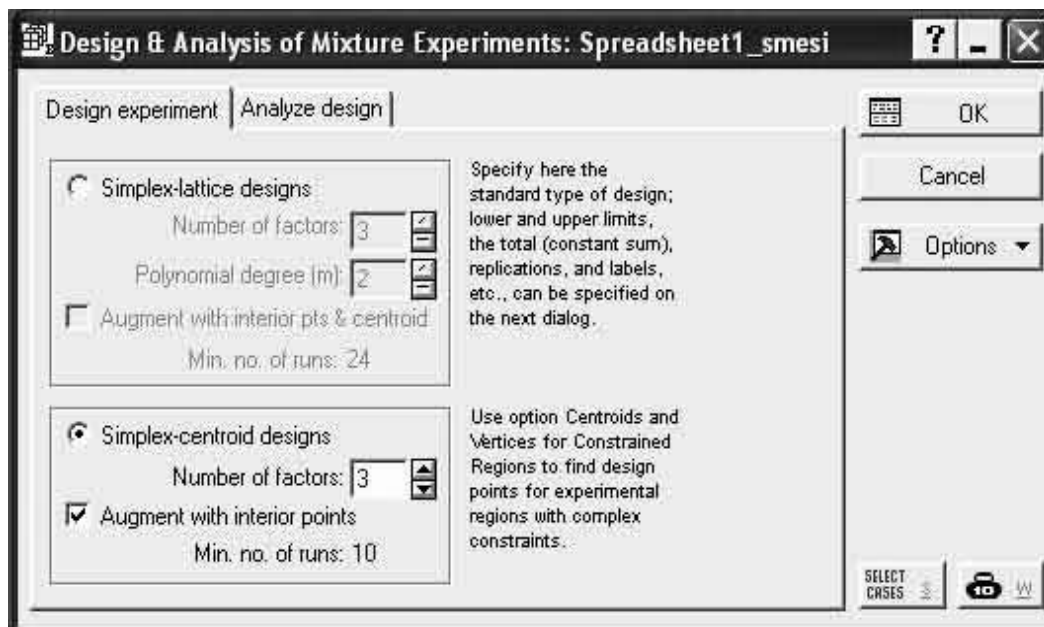


Рисунок 48 – Плани для сумішей і триангулярні поверхні

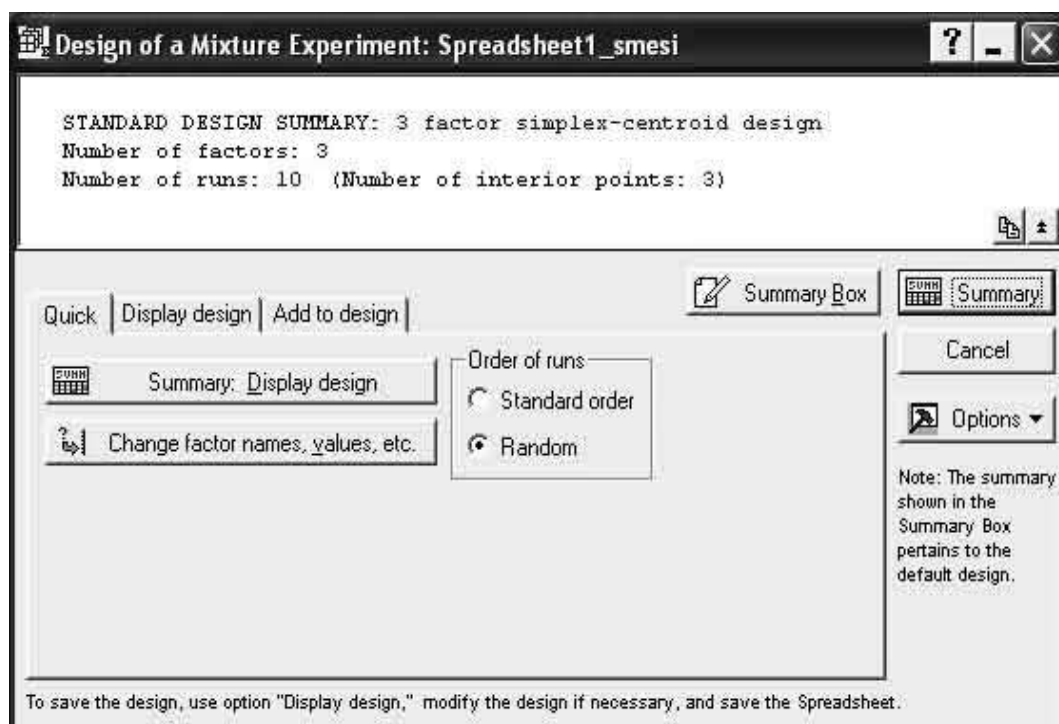


Рисунок 49 – Симплекс-центроїдний план

Імена чинників: **Ps, Ks, P**. Долі теж можуть бути в деяких межах. Наприклад, для чинника **P**: 0,2–0,4 замість 0–1. На рисунку 51 показано опції налагодження плану

Стандартний план: **3 factors simplex-centroid design (3 фактори симплекс-центроїдного планування)**, **Number of runs (Кількість дослідів) – 10**, **Number of interior points (Кількість додаткових внутрішніх дослідів) – 3**. Фактори іменовані, порядок дослідів – рандомізований. Натискаємо кнопку **Summary**. Отримаємо план експерименту (рис. 52).

Specifications for Mixture Variables

Specifications for Mixture Variables
Specify the factor names, highs, and lows; in the last row specify the mixture total (sum); then click OK.

Factor	Factor Name	Low Value	High Value
A (1)	Ps	0	1
B (2)	Ks	0	1
C (3)	P	0	1
Total=	1		

OK Cancel

Рисунок 50 – Початкові дані

Design of a Mixture Experiment: Spreadsheet1_smesi

STANDARD DESIGN SUMMARY: 3 factor simplex-centroid design
Number of factors: 3
Number of runs: 10 (Number of interior points: 3)

Quick | Display design | Add to design |

Summary Box

Display/Edit/Save Design

Summary: Display design | Change factor names, values, etc.

Denote factors:
☐ By numbers
☐ By letters
☒ By names

Order of runs:
☐ Standard order
☒ Random
 Seed: 5537277

Show (in Spreadsheet):
☐ Standard values (0, 1, etc.)
☒ Factor values (highs, lows)

Cancel

Options

Note: The summary shown in the Summary Box pertains to the default design.

To save the design, use option "Display design," modify the design if necessary, and save the Spreadsheet.

Рисунок 51 – Опції для налагодження відображення плану

У побудованій таблиці показаний порядок збору експериментальних даних. Перенесемо дані до таблиці даних (**Data**) (рис. 53) і додамо значення, отримані в результаті експерименту, – стовпець **S** (з табл. 8).

У діалоговому вікні **План експерименту** (рис. 47) натиснемо кнопку **Cancel (Закінчити)**.

Повернемося у вікно **Design & Analysis of Mixture Experiments** (рис. 48). Оберемо тепер другу вкладку – **Analyze design (Аналіз плану)** (рис. 54).

3 factor simplex-centroid design (Spreadsh +interior points Sum total of all mixture components: 1,			
Standard Run	Ps	Ks	P
2	0,000000	1,000000	0,000000
3	0,000000	0,000000	1,000000
1	1,000000	0,000000	0,000000
4	0,500000	0,500000	0,000000
6	0,000000	0,500000	0,500000
9	0,166667	0,666667	0,166667
10	0,166667	0,166667	0,666667
5	0,500000	0,000000	0,500000
7	0,333333	0,333333	0,333333
8	0,666667	0,166667	0,166667

Рисунок 52 – План експерименту

3 factor simplex-centroid design (Spreadsheet1_smesi) +interior points Sum total of all mixture components: 1,				
Standard Run	Ps	Ks	P	S
2	0,000000	1,000000	0,000000	8,6
3	0,000000	0,000000	1,000000	12,4
1	1,000000	0,000000	0,000000	10,8
4	0,500000	0,500000	0,000000	15,8
6	0,000000	0,500000	0,500000	14,2
9	0,166667	0,666667	0,166667	13,6
10	0,166667	0,166667	0,666667	17
5	0,500000	0,000000	0,500000	15,6
7	0,333333	0,333333	0,333333	16,2
8	0,666667	0,166667	0,166667	17,2

Рисунок 53 – Дані після проведення експерименту

Натискаємо кнопку **Variables (Змінні)**. Вказуємо як залежну змінну (**Dependent**) – S, а як незалежні (**Independent factors**) змінні – Ps, Ks, P (рис. 55), натискаємо клавішу **Ok**.

У полі **Recode factor values (Використовувати для перекодування)** залишимо прийняте за умовчання положення **Automatically determined factor min / max values (Автоматичне визначення мінімальних і максимальних величини чинника)**, **Ok**.

Після чого у вкладці **Analyze design (Аналіз плану)** з'являться імена змінних (рис. 56).

Натискаємо **OK** і отримуємо діалогове вікно для вибору моделі відображення плану експерименту (рис. 57).

На вкладці **Model (Модель)** обираємо **Спеціальна кубічна** (рис. 58).

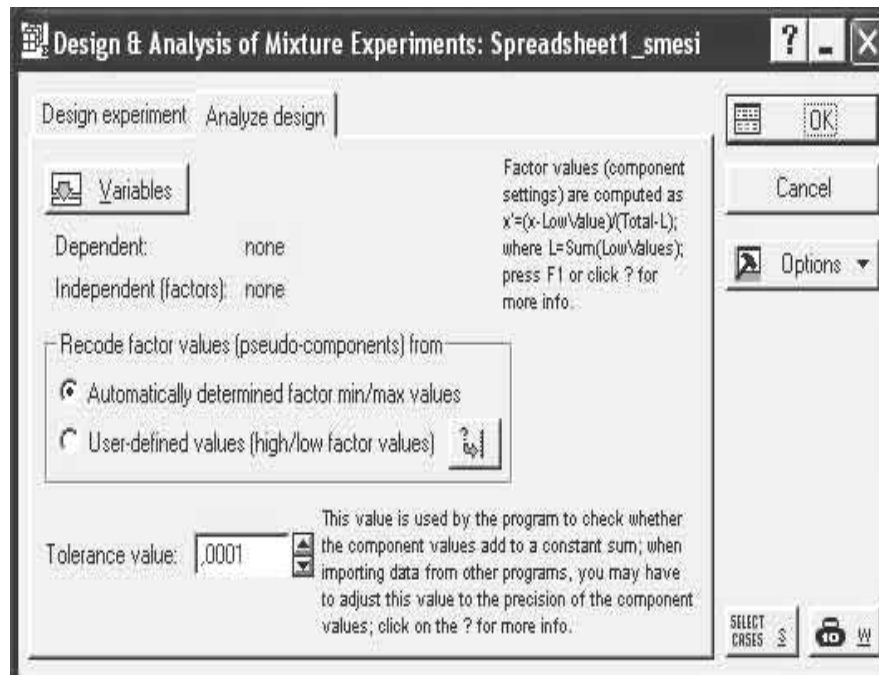


Рисунок 54 – Аналіз плану

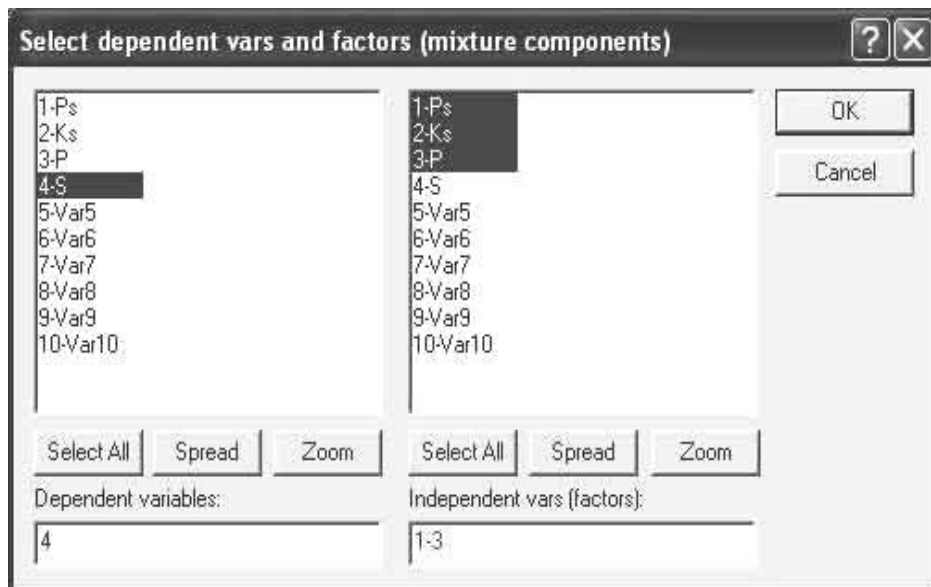


Рисунок 55 – Змінні

Переходимо на вкладку **Quick (Швидко)** (рис. 58), натискаємо кнопку **ANOVA table (Таблиця «ANOVA»)**. Результат отримуємо у вигляді двох таблиць (рис. 59 і 60).

У таблиці (рис. 59) наведено зведення приведенного аналізу для трьох моделей (лінійної, квадратичної і спеціальної кубічної). Звернемо увагу на аналіз обраної кубічної моделі.

Статистично значущі ефекти, коли (**рівень $p < 0,05$**) критерій **Стьюдента** для нашої моделі **$p = 0,000482 < 0,05$** .

SS Residual (Залишкова сума квадратів) для нашої моделі **4,13758**.

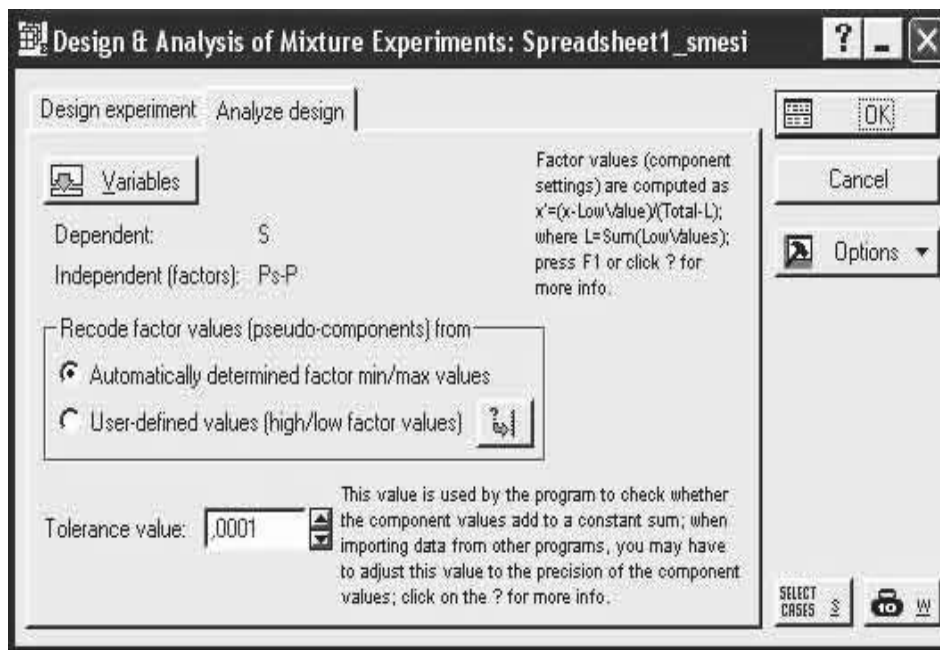


Рисунок 56 – Аналіз плану з іменами змінних

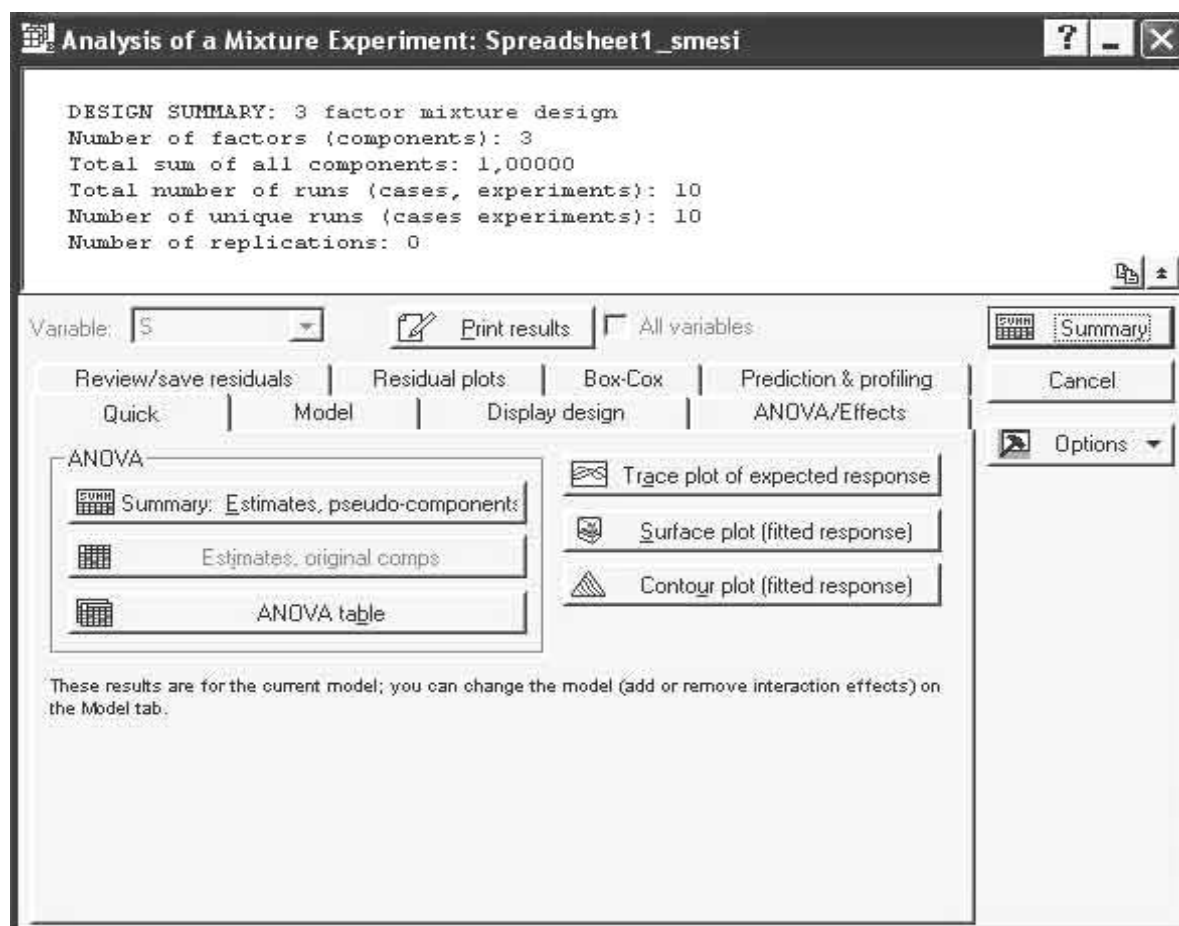


Рисунок 57 – Вікно для вибору моделі

Для вибірки об'єму **n** вибіркова дисперсія обчислюється як сума квадратів відхилень від вибіркового середнього, ділена на **n-1** (об'єм вибірки мінус одиниця), **SS (Error)** для нашої моделі **0,04544**.

Overall Fit of Model; Var.: S (Spreadsheet1_smesi) 3 Factor mixture design; Mixture total=1, 10 Runs					
Source	SS	df	MS	F	p
Model	71,79856	6	11,96643	790,1110	0,000070
Total Error	0,04544	3	0,01515		
Total Adjusted	71,84400	9	7,98267		

Рисунок 60 – Дисперсійний аналіз кубічної моделі

F (Критерій Фішера) Отримані внутрішньогрупові дисперсії порівнюють за допомогою цього критерію, перевіряючи, чи дійсне відношення дисперсій значущо більше від **1**, *для нашої моделі 273,1931*.

Якість регресійної моделі оцінюється за допомогою коефіцієнта детермінації **R-квадрат (R-Sqr)**, для нашої моделі **0,999368**, *що дуже добре*.

З дисперсійного аналізу видно, що **критерій Фішера, критерій Стьюдента, залишкова сума квадратів** відповідають достатньо високому рівню значущості і можна визначити коефіцієнти регресійного рівняння.

Далі натискаємо кнопку **Summary: Estimates, pseudo-components (Оцінки, псевдокомпонент)**.

Програма відобразить статистичні характеристики, розраховані для спеціальної кубічної моделі (рис. 61).

Coeffs (recoded comps); Var.: S; R-sqr=.9994; Adj.:9981 (Spreadsheet1_smesi) 3 Factor mixture design; Mixture total=1, 10 Runs DV: S; MS Residual=.0151452						
Factor	Coeff.	Std.Err.	t(3)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
(A)Ps	8,60594	0,122463	70,2740	0,000006	8,21621	8,99567
(B)Ks	10,77985	0,122463	88,0257	0,000003	10,39012	11,16958
(C)P	14,21192	0,122466	116,0483	0,000001	13,82218	14,60166
AB	10,71372	0,598245	17,9086	0,000380	8,80984	12,61761
AC	8,90771	0,598361	14,8869	0,000658	7,00346	10,81196
BC	13,15119	0,598361	21,9787	0,000206	11,24694	15,05544
ABC	55,82951	3,377761	16,5286	0,000482	45,07996	66,57905

Рисунок 61 – Коефіцієнти моделі і статистичні характеристики

Coeff – коефіцієнти моделі, **t (3)** – спостережувані значення критерію Стьюдента, **p** – значущість коефіцієнтів за критерієм Стьюдента, два останні стовпці – інтервали для коефіцієнтів.

Усі коефіцієнти моделі для всіх факторів **значущі**, розраховані статистичні критерії підтверджують це. Щоб проілюструвати отримані результати, розглянемо графіки.

На вкладці **Вікно для вибору моделі** (рис. 57) натискаємо кнопку **Surface plot (Графік поверхні)**. Отримуємо поверхню відгуку для трьох заданих факторів (рис. 62).

На графіці (рис. 62) поверхні відгуку добре видний максимум. Треба відмітити, що залежність має нелінійний характер.

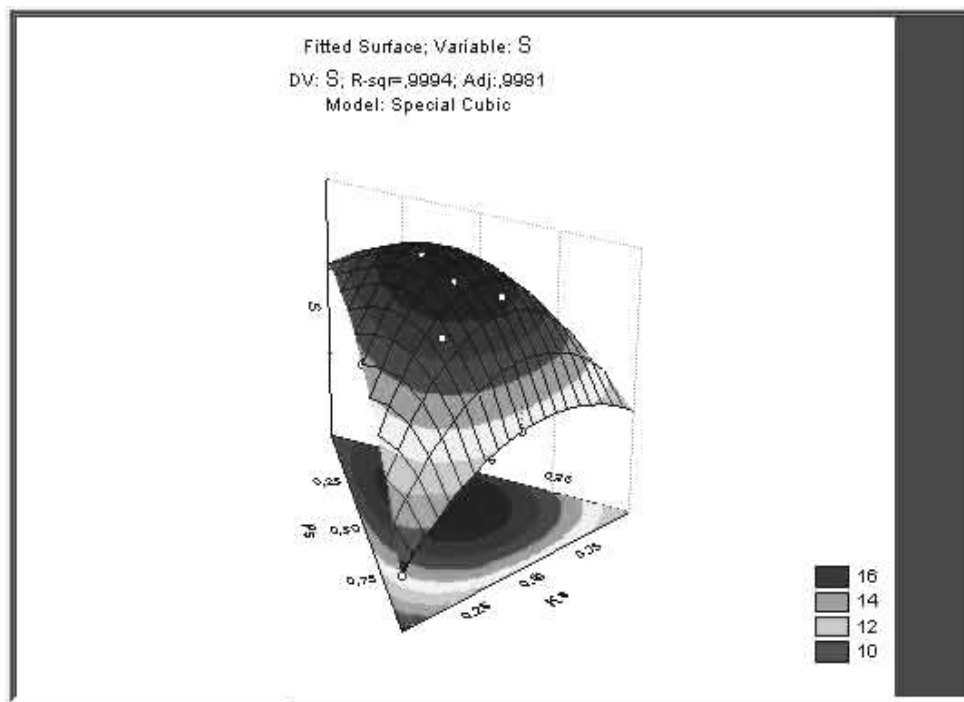


Рисунок 62 – Поверхня відгуку

Математичний опис поверхні відгуку такий:

$$S = + 8,60594065083 * x + 10,779853694308 * y + 14,211921060581 * z + \\ + 10,713722588321 * x * y + 8,9077078200625 * x * z + \\ + 13,151186080932 * y * z + 55,829505624493 * x * y * z.$$

Для більш точного визначення оптимальних долей компонентів шлакового складу порошкового дроту розглянемо контурний графік на вкладці **Вікно для вибору моделі** (рис. 57), натискаємо кнопку **Contour plot (Контурний графік)** (рис. 63).

Можна використовувати замість кольорового графіка відтінки сірого (рис. 64).

Аналізуючи отриманий графік можна відзначити, що оптимальні значення компонентів порошкового дроту лежать у області значень для:

плавикового шпату: **Ps = 60–90%**;

карбонатного шламу: **Ks = 49–80%**;

перовскіта: **P = 35–75%**.

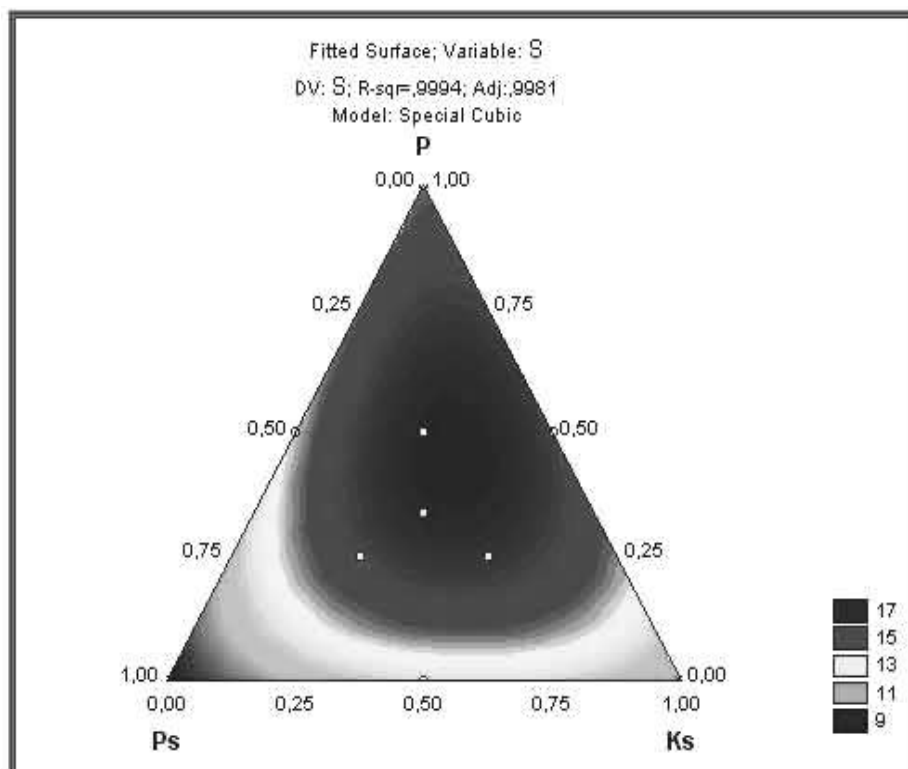


Рисунок 62 – Контурний графік

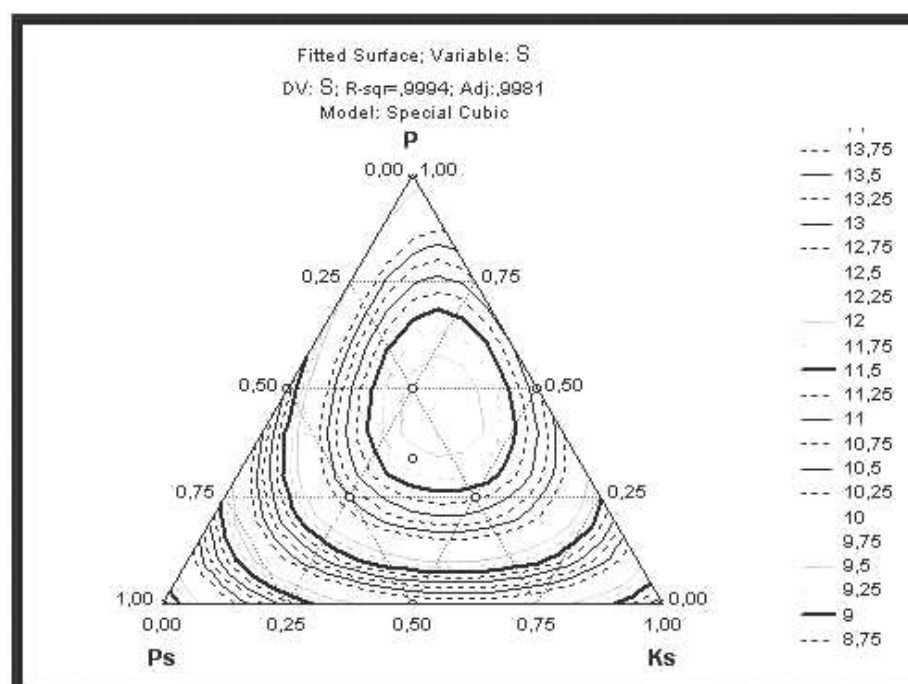


Рисунок 64 – Контурний графік

ВИСНОВКИ

1 Створена математична модель залежності стійкості горіння зварювальної дуги від шлакового складу порошкового дроту (плавиковий шпат, карбонатний шлам, перовскіт).

2 Визначені оптимальні значення шлакових компонентів порошкового дроту $P_s : K_s : P = 12 : 10 : 7$.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Абстракція.....5;	План рототабельний.....34;
Адекватність.....10, 21;	Побудова моделі10;
Відгук7;	Поверхня відгуку17;
Відтворюваність дослідів27;	Поліном.....16;
Властивість об'єкта5;	Працеспроможність22;
Графічне зображення	Програма Statistica 39-83;
поверхні відгуку.....17, 43;	Рандомізація27;
Динамічна оптимізація11;	Рівень значущості36;
Дисперсія дослідів35;	Рівняння регресії.....16;
Довірчий інтервал.....36;	Середньовагова дисперсія35;
Ефект взаємодії.....30;	Симплексне планування66;
Зварюваність20;	Синтез, алгоритм24;
Зіркові точки28;	Системний аналіз21;
Імовірнісний графік61;	Статична оптимізація11;
Інтервал варіювання29;	Таблиця кодування
Інтерпретація.....10;	факторів.....29;
Карта Парето62;	Фактор7;
Коефіцієнти регресії16, 27;	Формалізована схема19;
Контурний графік76;	«Чорний ящик»7.
Критерій Кохрена35;	
Критерій Стюдента35;	
Критерій Фішера.....37;	
Кроковий метод17;	
Лінійний поліном.....18;	
Математична модель5;	
Матриця планування30;	
Мета моделювання11;	
Метод Боксу - Уїлсона15;	
Модель 2-го порядку16;	
Модифікація.....10;	
Наочна область,4;	
Нульовий рівень фактора.....29;	
Об'єкт дослідження.....4;	
Однофакторні моделі.....39;	
Оптимум.....6;	
Ортогональність.....34, 29;	
Основний рівень фактора28;	
Параметр оптимізації.....8;	
План насичений34;	

БІБЛІОГРАФІЧНІ ДЖЕРЕЛА

- 1 Винарский М. С. Планирование эксперимента в технологических исследованиях / М. С. Винарский, М. В. Лурье – Киев: Техника, 1975. – 167 с.
- 2 Зарубин В. С. Математическое моделирование в технике: Учеб. для вузов / Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 496 с.
- 3 Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.
- 4 Усенко А. С. Основы математического моделирования и алгоритмизации процессов функционирования сложных систем. – М.: Наука, 2000. – 410 с.
- 5 Макаров Э. Л. Система компьютерного анализа свариваемости и технологии сварки конструкционных легированных сталей / Э. Л. Макаров, А. В. Коновалов // Сварочное производство. – 1995. – №3. – С. 6-9.
- 6 Компьютерное проектирование и подготовка производства сварных конструкций: Учеб. пособ. для вузов / Под ред. С. А. Куркина и В. М. Ховова. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 464 с.
- 7 Зегнидзе И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. – М.: Наука, 1976. – 390 с.
- 8 Применение математических методов и ЭВМ. Планирование и обработка результатов эксперимента / Под ред. А. Н. Останина. – Минск: Высшая школа., 1989. – 218 с.
- 9 Боровиков В. П. STATISTICA / В. П. Боровиков, И. П. Боровиков. – М.: 1997. – 592 с.

ДОДАТОК А

Короткі відомості про систему *Statistica V6.0*

1 Структура пакету *Statistica 6*

Програма **Statistica** містить декілька незалежно працюючих модулів, що відкриваються за допомогою пункту меню **Statistics** (рис. А.1). У кожному модулі зібрані логічно пов'язані між собою статистичні процедури. Працювати можна відразу з декількома модулями. Кнопки цих модулів знаходяться в нижній частині екрану. Переходити між ними можна стандартним чином, клацнувши лівою клавішею миші по відповідній кнопці.

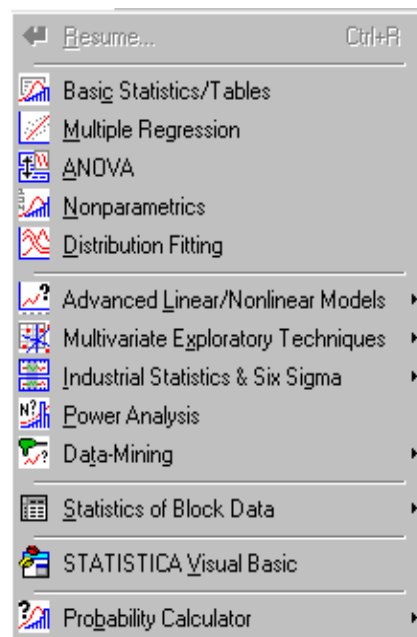


Рисунок А.1 – Модулі програми *Statistica*

2 Створення нової таблиці даних

Для створення нової таблиці даних необхідно обрати пункт меню **File – New(файл новий)** і натиснути кнопку **Ok**. Відкриється порожня електронна таблиця розміром 10 x 10 (рис. А.2). У стовпцях розміщені змінні (**Vars**), в рядках – спостереження (**Cases**).

3 Видалення і додавання нових змінних і випадків

Виконується командами **Delete (видалити)** і **Add (додати)**. Після виділення рядка або стовпця натискати кнопку **Vars**, якщо видаляються або додаються змінні, і вказати, скільки елементів видаляється або додається, натиснути кнопку **Ok**.

Для видалення або додавання випадків – аналогічно, як і для змінних, але з кнопкою **Cases**.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5	Var6	Var7	Var8	Var9	Var10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Рисунок А.2 – Пуста електронна таблиця

4 Коректування таблиць

Коректування таблиці зводиться до коректування найменувань змінних, змісту стовпців цілком і окремих осередків. Для цього виконується клацання по імені стовпця, по кнопці **Vars (змінні)** (рис. А.3).

Рисунок А.3 – Вкладка для коректування таблиць

Після цього можна задавати нове ім'я стовпця в полі **Name (ім'я)** і нове значення спостережень за допомогою формули в полі **Long name (повне ім'я)** (рис. А.3). Також можна змінити представлення числа (автоматично – 8 позицій (**Column width**), число позицій після коми (**Decimals**) – 3).

Коректування числових значень в окремих осередках виконується, як і в програмі EXCEL.

5 Обчислення статистичних характеристик для значень змінних

Обчислення статистичних характеристик (наприклад: максимальне, мінімальне, середнє значення, дисперсія і т.ін.). Активуємо таблицю даних, потім викликаємо пункт меню **Statistics – Basic Statistics / Tables – Descriptive Statistics** – вкладка **Advanced** (Статистики – Описові статистики – Всі статистики) (рис. А.4).

Виділити змінні, для яких знаходять характеристики (кнопка **Variables**), натиснути **Ok**. Обрати зі списку потрібні статистичні характеристики (наприклад: **Min** – мінімальне значення, **Max** – максимальне значення, **Valid N** – об'єм виборки, **Mean** – середнє значення, **Standard Deviation** – середньоквадратичне відхилення, кнопка **Summary** – підсумок). На екрані з'явиться таблиця з потрібними характеристиками.

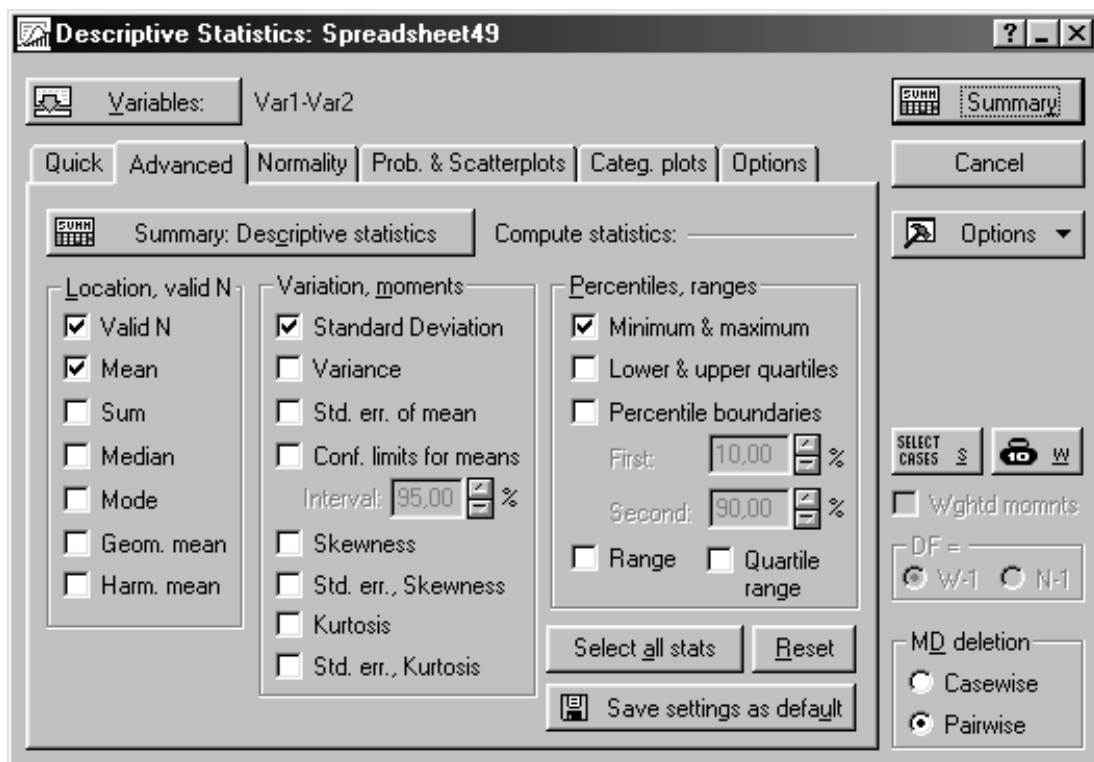


Рисунок А.4 - Вкладка опис статистик

6 Отримання графіка і рівняння лінійної регресії

Активувати таблицю. Обрати пункт меню **Graphs, 2D Graphs, Scatterplots**, вкладка **Advanced** (графіки, статистичні 2-мірні графіки, точковий графік), обрати змінні **Variables** (для аргументу – X і функції – Y), **Ok**, обрати опції **Regular** (регулярний), **Linear** (лінійний), **Ok** (рис. А.5).

З'явиться графік лінійної регресії, над яким записано рівняння регресії (рис. А.6).

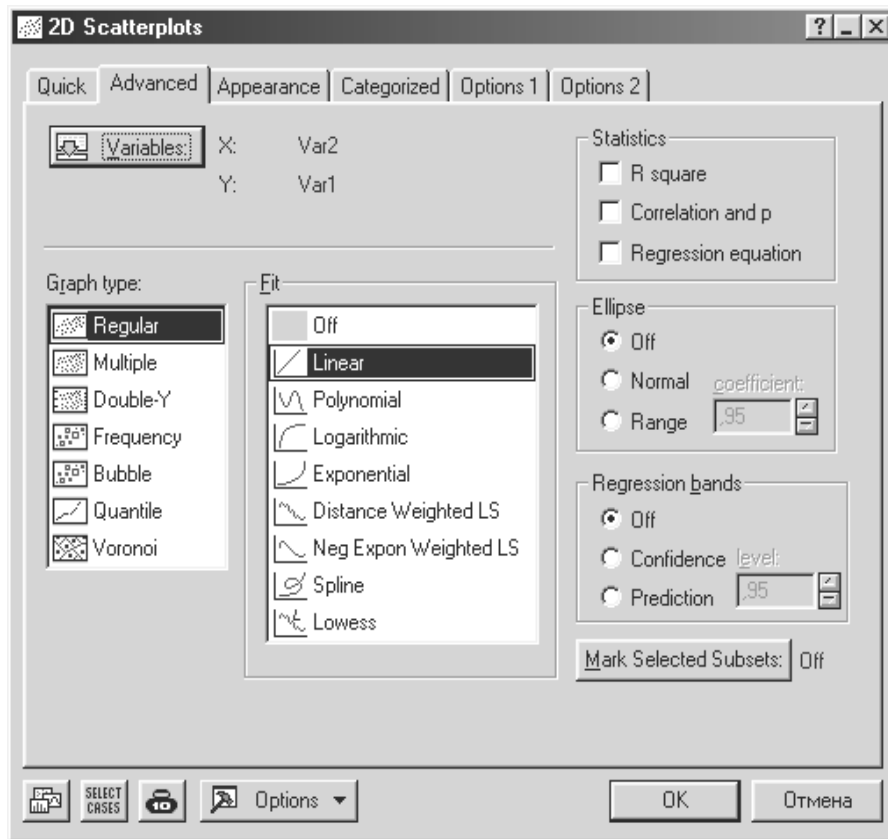


Рисунок А.5 – Вкладка **Advanced** (Додатково)

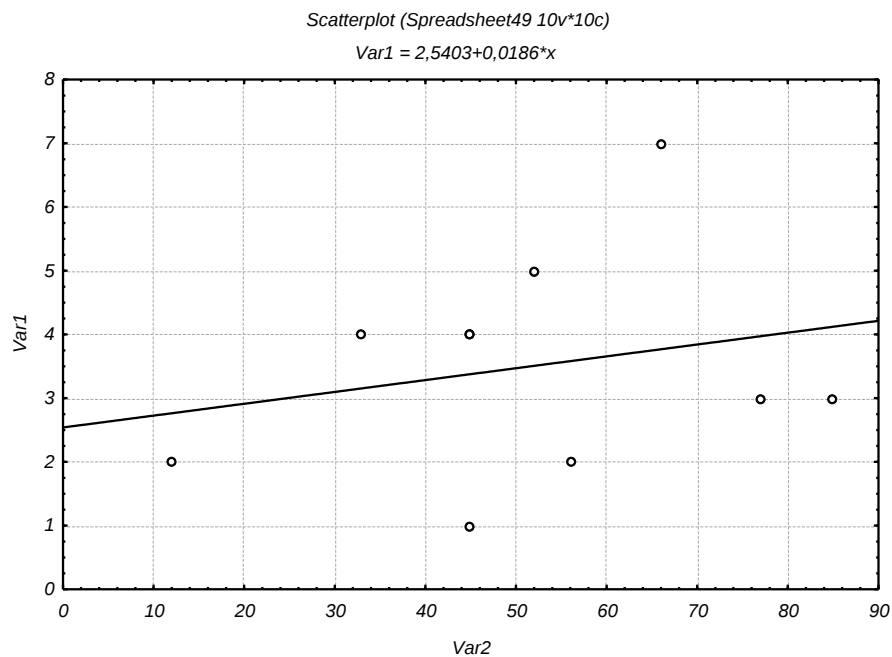


Рисунок А.6 – Графік лінійної регресії

7 Типи файлів у системі Statistica

Типи файлів: ***.sta** – дані; ***.stw** – результати обробки даних, **Workbook**; ***.str**, або ***.rtf** – звіт.

8 Створення автозвіту

Автозвіт бажано створювати при кожному сеансі роботи з пакетом **Statistica V6.0** для того, щоб усі результати роботи (таблиці і графіки) запам'ятовувалися в автозвіті.

Для створення короткого автозвіту викликаємо пункт меню **File (Файл), Output Manager (Управління виведенням даних)**. З'явиться багатосторінкове меню.

На сторінці **Output Manager** потрібно відзначити такі опції: **Single Workbook, Place results in Workbook automatically (Один робочий зошит, місце для результатів в блокноті –автоматично), Also send to Report Window, Single Report (Також передати в Window одиночний звіт)** (рис. А.7).

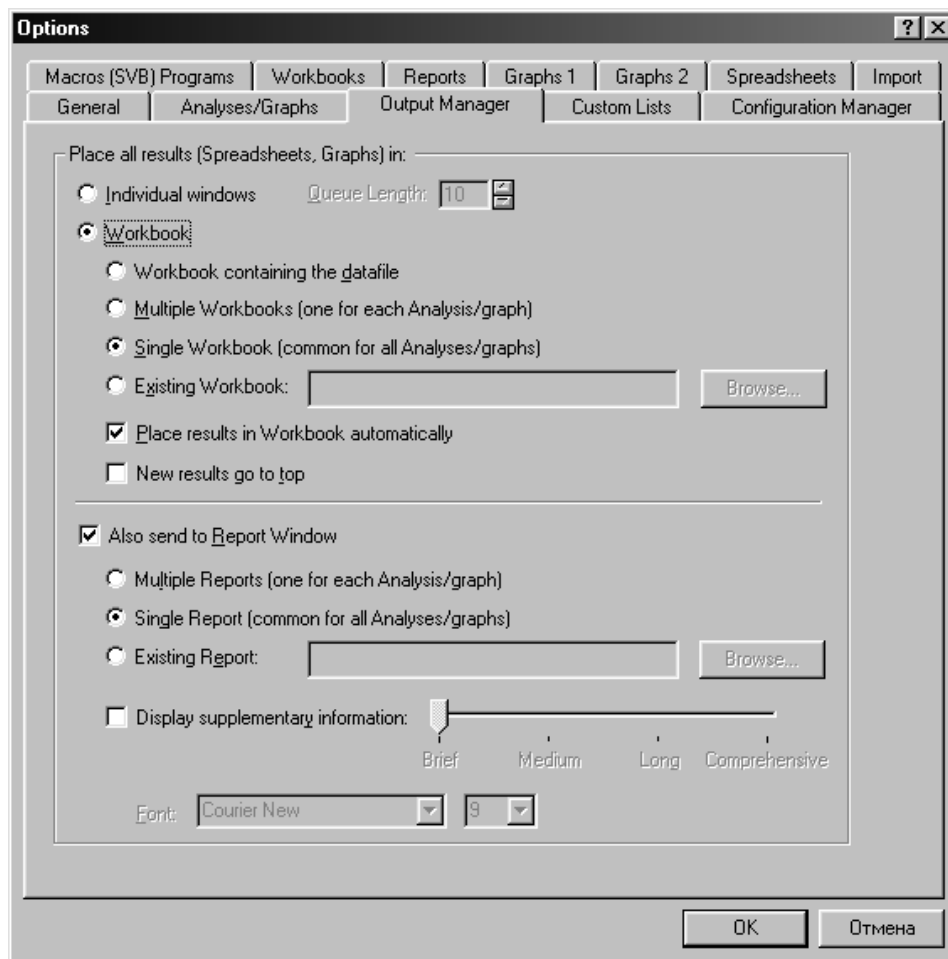


Рисунок А.7 – Вкладка **Output Manager**

На сторінці **Workbook**, окрім вже заданих опцій, в полі **Add to Workbook performs (Додати в робочий зошит результати)** відзначити опцію **Copy (Копіювати)**. На сторінці **Report (Звіт)**, окрім вже заданих опцій, у полі **Add to Report performs** відзначити опцію **Copy**. Після цього натиснути **Ok**. Тепер усі розрахункові таблиці і графіки автоматично заносяться до звіту.

Файл звіту потрібно зберегти з розширенням ***.rtf**. Тепер його можна редагувати в **WORD**.

ДОДАТОК Б

Варіанти завдань до практичної роботи №1

Приклад 1

Створити математичну модель впливу відносної товщини м'якого прошарку АД1 (**h**) на межу міцності зварного з'єднання різнорідних сталей 12Х18Н10Т + АД1 + АМзб (**σ_B**).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.1.

Таблиця Б.1 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (h)	Y (σ_B), МПа
1	0,1	185
2	0,2	140
3	0,3	116
4	0,4	112
5	0,5	89
6	0,6	76
7	0,7	41
8	0,8	34
9	0,9	22
10	1,0	19

Приклад 2

Створити математичну модель залежності площі розтікання розплавленої краплі сталі **S** на поверхні зразка від температури нагріву ніобія **T**.

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.2.

Таблиця Б.2 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (T), °C	Y (S), см ²
1	1150	0,31
2	1180	0,34
3	1200	0,39
4	1290	0,39
5	1340	0,4
6	1390	0,41
7	1420	0,43
8	1470	0,44
9	1560	0,48
10	1600	0,59

Приклад 3

Створити математичну модель залежності розподілу залишкової подовжньої напруги ($\sigma_{ост}$) при зварюванні сталі і алюмінієвих сплавів уздовж зварного з'єднання (a).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.3.

Таблиця Б.3 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (a), мм	Y ($\sigma_{ост}$), МПа
1	10	68
2	20	56
3	30	41
4	40	24
5	50	12
6	60	10
7	70	8
8	80	7
9	90	5
10	100	2

Приклад 4

Створити математичну модель залежності коефіцієнта наплавлення електроду (a_n) від коефіцієнта ваги покриття (κ_b).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.4.

Таблиця Б.4 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (κ_b), %	Y (a_n), г/А·г
1	110	12
2	120	13,2
3	130	14,3
4	140	15,2
5	143	15,4
6	145	15,5
7	150	15,6
8	153	15,62
9	155	15,65
10	160	15,65

Приклад 5

Створити математичну модель залежності змісту кремнію в наплавленому металі при зварюванні під флюсом (**Si**) від основності флюсу (**B**).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.5.

Таблиця Б.5 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (B)	Y (Si), %
1	0,5	0,48
2	0,75	0,44
3	1,0	0,4
4	1,25	0,36
5	1,35	0,34
6	1,5	0,32
7	1,75	0,31
8	2,0	0,29
9	2,25	0,26
10	2,5	0,25

Приклад 6

Створити математичну модель залежності концентрації кремнію в наплавленому металі при зварюванні під флюсом (**Si**) від вмісту кремнію в плавлено-керамічному флюсі (**Si_ф**).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.6.

Таблиця Б.6 - Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (Si _ф), %	Y (Si), %
1	1	0, 8
2	2	1,89
3	3	2,53
4	4	3,01
5	5	3,38
6	6	2,87
7	7	4,03
8	8	4,32
9	9	4,55
10	10	5,25

Приклад 7

Створити математичну модель засвоєння фосфору металом зварного шва (P) від основності флюсу (B).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.7.

Таблиця Б.7 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (B)	Y (P) %
1	0,8	0,032
2	1,0	0,027
3	1,1	0,025
4	1,2	0,023
5	1,3	0,022
6	1,4	0,021
7	1,5	0,0205
8	1,6	0,0202
9	1,7	0,02
10	1,8	0,019

Приклад 8

Створити математичну модель залежності в'язкості флюсу АН 20 (η) від температури (T).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.8.

Таблиця Б.8 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (T), °C	Y (η), П
1	1000	30
2	1020	26
3	1050	18
4	1100	6
5	1150	5
6	1200	3
7	1250	2
8	1300	1
9	1350	1
10	1400	1

Приклад 9

Створити математичну модель залежності сили зварювального струму ($I_{\text{св}}$) від товщини металу при однопроходному автоматичному зварюванні міді під флюсом (h).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.9.

Таблиця Б.9 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (h), мм	Y ($I_{\text{св}}$), А
1	3	350
2	5	500
3	10	700
4	15	1000
5	20	1250
6	25	1400
7	30	1650
8	35	1800
9	40	2200
10	45	2500

Приклад 10

Створити математичну модель залежності межі міцності зварних з'єднань **мідно-нікелевий сплав - вуглецева сталь**, виконаних дифузійним зварюванням ($\sigma_{\text{в}}$) від температури зварювання (T).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці Б.10.

Таблиця Б.10 – Умови і результати експерименту

Дослід	Фактор	Відгук
	X (T), °C	Y ($\sigma_{\text{в}}$), МПа
1	520	2
2	550	4
3	570	6
4	600	7
5	620	14
6	650	18
7	700	32
8	720	36
9	750	38
10	800	50

ДОДАТОК В

Варіанти завдань до практичної роботи № 2

Приклад 1

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу легуючих компонентів порошкового дроту (**Cr, Ti, Mn**) на зносостійкість (**y**).

Отримані в результаті експерименту поєднання рівнів факторів наведені в таблиці В.1.

Таблиця В.1 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Легуючі елементи (позначення факторів)			Зносостійкість y, 100г/мг
	Cr, %	Ti, %	Mn, %	
1	1,30	0,50	1,10	18,5
2	1,30	0,50	0,30	6,3
3	0,30	0,50	0,30	12,2
4	0,30	0,50	1,10	5,7
5	1,30	0,10	0,30	12,8
6	1,30	0,10	1,10	9,6
7	0,30	0,10	1,10	7,7
8	0,30	0,10	0,30	5,2
9	0,22	0,30	0,50	4,1
10	0,46	0,22	0,88	13,6

Приклад 2

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу легуючих компонентів порошкового дроту (**Cr, Ti, Mn**) на опірність утворенню кристалізаційних тріщин (**Акр**).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.2.

Приклад 3

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу легуючих компонентів порошкового дроту (**Cr, Ti, Mn**) на твердість зварного шва (**H**).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.3.

Таблиця В.2 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Легуючі елементи (позначення факторів)			А _{кр} , мм/хв
	Cr, %	Ti, %	Mn, %	
1	1,30	0,50	1,10	7,8
2	1,30	0,50	0,30	15,1
3	0,30	0,50	0,30	20,4
4	0,30	0,50	1,10	17,3
5	1,30	0,10	0,30	5,6
6	1,30	0,10	1,10	15,8
7	0,30	0,10	1,10	12,3
8	0,30	0,10	0,30	21,6
9	0,22	0,30	0,50	8,8
10	0,46	0,22	0,88	9,1

Таблиця В.3 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Легуючі елементи (позначення факторів)			Твердість Н, HRC
	Cr, %	Ti, %	Mn, %	
1	1,30	0,50	1,10	45
2	1,30	0,50	0,30	28
3	0,30	0,50	0,30	40
4	0,30	0,50	1,10	31
5	1,30	0,10	0,30	35
6	1,30	0,10	1,10	32
7	0,30	0,10	1,10	33
8	0,30	0,10	0,30	24
9	0,22	0,30	0,50	20
10	0,46	0,22	0,88	31

Приклад 4

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу вуглецю (C) і легуючих компонентів (Cr, V) у наплавленому металі на твердість зварного шва (H).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.4.

Приклад 5

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу зварювального струму (I), напруги на дузі (U) і вильоту порошкового електрода (L) на кількість теплоти, виділеної електричною дугою в електрод (Q).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.5.

Таблиця В.4 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Легуючі елементи (позначення факторів)			Твердість Н, HRC
	C, %	Cr, %	V, %	
1	1,30	0,50	1,10	53
2	1,30	0,50	0,30	42
3	0,30	0,50	0,30	28
4	0,30	0,50	1,10	31
5	1,30	0,10	0,30	47
6	1,30	0,10	1,10	44
7	0,30	0,10	1,10	33
8	0,30	0,10	0,30	39
9	0,22	0,30	0,50	27
10	0,46	0,22	0,88	36

Таблиця В.5 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Легуючі елементи (позначення факторів)			Кількість тепла Q, кДж
	I, А	U, В	L, мм	
1	550	24	12	139
2	650	22	8	122
3	750	26	18	144
4	550	22	8	129
5	650	26	18	132
6	750	22	8	114
7	750	28	18	151
8	550	28	8	112
9	550	26	12	121
10	650	28	12	125

Приклад 6

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу розкислювачів при електрошлаковому зварюванні сталі 35Л: вмісту оксиду заліза (**X1**, %); фторида графіту (**X2**, %) і товщини оболонки порошкової стрічки (**X3**, мм) на вміст вуглецю в металі зварного шва (**C**, %).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені таблиці В.6.

Приклад 7

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу складу мідних сплавів: вміст кадмію (**Cd**, %); сурми (**Sb**, %); вісмуту (**Bi**, %) на схильність до утворення тріщин (**Гр**, %).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.7.

Таблиця В.6 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Розкислювачі (позначення факторів)			Вміст вуглецю С, %
	X ₁ , %	X ₂ , %	X ₃ , мм	
1	71	3,5	0,8	0,32
2	55	2,5	1,0	0,39
3	60	2,9	1,0	0,39
4	61	2,0	1,2	0,4
5	62	2,5	1,1	0,38
6	63	2,8	0,8	0,36
7	65	3,8	0,8	0,32
8	52	2,0	1,2	0,4
9	72	4,0	0,9	0,33
10	55	2,8	1,0	0,39

Таблиця В.7 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Позначення факторів			Схильність до утворення тріщин Тр, %
	Cd, %	Sb, %	Bi, %	
1	3,72	2,5	0,002	78
2	3,1	1,0	0,001	52
3	2,2	3,5	0,007	83
4	1,0	2,0	0,005	81
5	2,7	2,5	0,006	84
6	3,0	1,8	0,003	76
7	1,5	3,8	0,002	62
8	1,4	2,0	0,008	87
9	3,3	4,0	0,004	65
10	2,0	2,8	0,001	77

Приклад 8

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу складу флюсу для наплавлення міді, що містить борфторид міді (**В**, %); оксалат кальцію (**С**, %); порошок для наплавлення ПГ-10Н-01 П (%) на питому електроопірність наплавленого металу (**Ω**).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.8.

Приклад 9

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу легуючих компонентів порошкового дроту – гексафторида літію (**L**), магнію (**M**), алюмінію (**Al**) на продуктивність наплавлення (**G**).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.9.

Таблиця В.8 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Позначення факторів			Електроопірність Ω , Ом·см
	В, %	С, %	П, %	
1	13	2,4	80	$3,8 \cdot 10^{-1}$
2	12	2,2	79	$3,9 \cdot 10^{-1}$
3	11	1,9	77	$4,2 \cdot 10^{-1}$
4	5	0,5	62	$4,7 \cdot 10^{-1}$
5	6	0,6	65	$4,5 \cdot 10^{-1}$
6	7	0,9	69	$3,6 \cdot 10^{-1}$
7	8	1,2	70	$4,2 \cdot 10^{-1}$
8	9	1,5	72	$3,2 \cdot 10^{-1}$
9	10	1,7	71	$3,1 \cdot 10^{-1}$
10	12	1,9	79	$4,0 \cdot 10^{-1}$

Таблиця В.9 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Позначення факторів			Продуктивність наплавлення G, кг/ч
	Al, %	M, %	L, %	
1	88	1,6	5,8	36
2	91	1,0	4,4	31
3	86	1,2	4,1	26
4	90	1,5	5,2	32
5	89	1,1	5,9	37
6	92	1,7	4,3	25
7	84	1,1	4,2	24
8	81	1,8	5,0	29
9	82	1,3	5,1	33
10	90	1,4	5,3	34

Приклад 10

Створити математичну модель 2-го порядку (три фактори, один відгук) впливу легуючих компонентів порошкового дроту – хрому (Cr), ферробората (F), алюмінію (Al) на глибину проплавлення при наплавленні (H).

Отримані в результаті експерименту сполучення рівнів факторів наведені в таблиці В.10.

Таблиця 10 – Умови і результати експерименту

№ п/п	Позначення факторів			Глибина проплавлення Н, мм
	Cr, %	F, %	Al, %	
1	3,1	6,0	5,2	5,6
2	3,5	6,2	5,4	5,3
3	3,8	6,5	5,5	4,0
4	4,0	8,5	7,1	2,7
5	3,2	6,8	6,6	3,8
6	4,1	8,6	7,2	2,4
7	3,6	7,0	6,5	3,9
8	3,7	6,1	5,3	5,0
9	4,6	8,0	6,9	2,6
10	4,3	8,1	7,1	2,5

ДОДАТОК Г

Варіанти завдань до практичної роботи № 3

Приклад 1

Створити математичну модель впливу газошлакової основи порошкового дроту на коефіцієнт втрат електродного металу.

Відгук(1) – коефіцієнт втрат електродного металу (ψ , %).

Фактори(3) – шлаковий склад: плавиковий шпат (P_s , %), мармур (M , %), перовскіт (P , %).

У таблиці Г.1 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця Г.1 – Експериментальні дані

Дослід	Плавиковий шпат P_s , %	Мармур M , %	Перовскіт P , %.	ψ , %
1	1	0	0	8,4
2	0	1	0	35,4
3	0	0	1	13,7
4	0,5	0,5	0	15,3
5	0,5	0	0,5	10,4
6	0	0,5	0,5	18,3
7	0,33	0,33	0,34	9,8
8	0,50	0,25	0,25	8,9
9	0,1667	0,666	0,1667	11,8
10	0,666	0,1667	0,1667	7,6

Приклад 2

Створити математичну модель впливу компонентів флюсу ФЦ 7 на хімічну активність $A\Phi$.

Відгук(1) – хімічна активність (сумарна кількість кисню, віднесена до одиниці металу) ($A\Phi$).

Фактори(3) – шлаковий склад: MgO , MnO , SiO_2 (%).

У таблиці Г.2 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Приклад 3

Створити математичну модель впливу багатокомпонентного флюсу ($CaO-MgO-Al_2O_3-TiO_2-SiO_2-CaF_2$) на хімічну активність ($A\Phi$).

Відгук (1) – хімічна активність (підсумкова кількість кисню по відношенню до одиниці металу) ($A\Phi$).

Фактори (3) – шлаковий склад: MgO , Al_2O_3 , SiO_2 (%).

У таблиці Г.3 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця Г.2 – Експериментальні дані

Дослід	MgO – (Mg, %)	MnO – (Mn, %)	SiO ₂ – (S, %)	Aф
1	1	0	0	0,44
2	0	1	0	0,56
3	0	0	1	0,62
4	0,5	0,5	0	0,58
5	0,5	0	0,5	0,77
6	0	0,5	0,5	0,51
7	0,33	0,33	0,34	0,97
8	0,50	0,25	0,25	0,96
9	0,1667	0,666	0,1667	0,82
10	0,666	0,1667	0,1667	0,84

Таблиця Г.3 – Експериментальні дані

Дослід	MgO – (Mg, %)	Al ₂ O ₃ – (Al, %)	SiO ₂ – (S, %)	Aф
1	1	0	0	0,41
2	0	1	0	0,49
3	0	0	1	0,42
4	0,5	0,5	0	0,73
5	0,5	0	0,5	0,52
6	0	0,5	0,5	0,66
7	0,33	0,33	0,34	0,84
8	0,50	0,25	0,25	0,99
9	0,1667	0,666	0,1667	0,76
10	0,666	0,1667	0,1667	0,81

Приклад 4

Створити математичну модель впливу легуючих компонентів порошкового дроту (**Cr, V, Mn**) на відносну зносостійкість наплавлених зразків.

Відгук (1) – відносна зносостійкість наплавлених зразків (**И**).

Фактори (3) – легуючі компоненти порошкового дроту: **Cr, V, Mn (%)**.

У таблиці Г.4 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Приклад 5

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів в електродів для наплавлення пресформ (плавиковий шпат **Ps**, оксид алюмінію **А**, ніобій **Nb**) на кількість тепловмісту до утворення першої тріщини **Т**.

Відгук (1) – кількість тепловмісту до утворення першої тріщини **Т**.

Фактори (3) – компоненти електрода: **Ps, А, Nb %**.

У таблиці Г.5 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця Г.4 – Експериментальні дані

Дослід	Cr, %	V, %	Mn, %.	И
1	1	0	0	3,01
2	0	1	0	0,49
3	0	0	1	0,22
4	0,5	0,5	0	3,73
5	0,5	0	0,5	2,01
6	0	0,5	0,5	0,64
7	0,33	0,33	0,34	1,84
8	0,50	0,25	0,25	2,92
9	0,1667	0,666	0,1667	2,17
10	0,666	0,1667	0,1667	3,21

Таблиця Г.5 – Експериментальні дані

Дослід	Ps, %	A, %	Nb, %	T
1	1	0	0	1884
2	0	1	0	2101
3	0	0	1	2203
4	0,5	0,5	0	2281
5	0,5	0	0,5	4112
6	0	0,5	0,5	4223
7	0,33	0,33	0,34	6221
8	0,50	0,25	0,25	6875
9	0,1667	0,666	0,1667	6459
10	0,666	0,1667	0,1667	7260

Приклад 6

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів порошкового дроту (ферованадій – **F**, молібден – **Mo**, бура плавлена – **Bu**) на втрати за рахунок чаду та розбризкування **У**.

Відгук (1) – втрати за рахунок чаду та розбризкування (**У**, %).

Фактори (3) – компоненти порошкового дроту: **F**, **Mo**, **Bu** (%).

У таблиці Г.6 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Приклад 7

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів у порошковому дроті (алюмокальцій – **A**, лігатура ФЦМ-5 – **L**, фтороборат **F**) на глибину проплавлення основного металу при наплавленні (**G**, мм).

Відгук (1) – глибина проплавлення основного металу (**G**, мм).

Фактори (3) – компоненти порошкового дроту: **A**, **L**, **F** (%).

У таблиці Г.7 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця Г.6 – Експериментальні дані

Дослід	F, %	Mo, %	Bu, %	У, %
1	1	0	0	8,4
2	0	1	0	8,2
3	0	0	1	6,3
4	0,5	0,5	0	7,7
5	0,5	0	0,5	5,1
6	0	0,5	0,5	5,7
7	0,33	0,33	0,34	5,5
8	0,50	0,25	0,25	3,2
9	0,1667	0,666	0,1667	3,9
10	0,666	0,1667	0,1667	4,1

Таблиця Г.7 – Експериментальні дані

Дослід	A, %	L, %	F, %	G, мм
1	1	0	0	5,6
2	0	1	0	5,2
3	0	0	1	5,0
4	0,5	0,5	0	4,4
5	0,5	0	0,5	4,1
6	0	0,5	0,5	4,2
7	0,33	0,33	0,34	2,9
8	0,50	0,25	0,25	2,4
9	0,1667	0,666	0,1667	3,1
10	0,666	0,1667	0,1667	2,2

Приклад 8

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів флюсу (ніобат графіту – **N**, бура безводна – **B**, магnezит – **M**) на зниження витрати флюсу (**R**, г/п.м).

Відгук (1) – зниження витрати флюсу (**R**, г/п.м).

Фактори (3) – компоненти флюсу: **N**, **B**, **M** (%).

У таблиці Г.8 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Приклад 9

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів порошкового дроту (борфторид олова – **B**, олово – **O**, борид магнію – **M**) на зниження втрат за рахунок чаду і розбризкування (**U**, г/п.м).

Відгук (1) - зниження втрат за рахунок чаду і розбризкування (**R**, %).

Фактори(3) – компоненти флюсу: **B**, **O**, **M** (%).

У таблиці Г.9 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця Г.8 – Експериментальні дані

Дослід	N , %	B , %	M, %	R, г/п.м
1	1	0	0	166
2	0	1	0	172
3	0	0	1	174
4	0,5	0,5	0	149
5	0,5	0	0,5	170
6	0	0,5	0,5	166
7	0,33	0,33	0,34	132
8	0,50	0,25	0,25	148
9	0,1667	0,666	0,1667	126
10	0,666	0,1667	0,1667	130

Таблиця Г.9 – Експериментальні дані

Дослід	B, %	O, %	M, %	U, %
1	1	0	0	8,7
2	0	1	0	8,5
3	0	0	1	8,6
4	0,5	0,5	0	8,9
5	0,5	0	0,5	8,4
6	0	0,5	0,5	8,8
7	0,33	0,33	0,34	7,2
8	0,50	0,25	0,25	7,9
9	0,1667	0,666	0,1667	7,7
10	0,666	0,1667	0,1667	7,1

Приклад 10

Створити математичну модель впливу вмісту компонентів флюсу для паяння нікелевих сплавів (хлорна мідь – **M**, гексафторфосфат – **G**, борфторид кадмія – **K**) на площу розтікання припою (**S**, мм²).

Відгук (1) - площа розтікання припою (**S**, мм²).

Фактори (3) – компоненти флюсу: **M, G, K**, (%).

У таблиці Г.10 наведені дані, отримані в результаті експерименту.

Таблиця 2 – Експериментальні дані

Дослід	M, %	G, %	K, %	S, мм ²
1	1	0	0	61
2	0	1	0	79
3	0	0	1	62
4	0,5	0,5	0	90
5	0,5	0	0,5	66
6	0	0,5	0,5	92
7	0,33	0,33	0,34	81
8	0,50	0,25	0,25	76
9	0,1667	0,666	0,1667	96
10	0,666	0,1667	0,1667	79

Навчальне видання

**ГАВРИШ Павло Анатолійович,
ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна**

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

**для студентів спеціальності
7.092301 «Технологія та устаткування зварювання»**

Редактор О. М. Болкова
Комп'ютерна верстка О. П. Ордіна

Підп. до друку 07.12.06. Формат 60 x 84/16.
Папір газетний. Ум. друк. арк. 6,25. Обл.-вид. арк. 4,55.
Тираж 100 прим. Зам. № 318.

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідectво про внесення до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.03.